

Fatiga en componentes con concentradores de tensión bajo carga biaxial

por

Guido Beretta

En cumplimiento de los requisitos para la obtención del grado de Doctor

presentada en la

**Escuela Técnica Superior de Ingeniería de la
Universidad Sevilla**

dirigida por

Alfredo Navarro Robles

y

Víctor Manuel Chaves Repiso

Sevilla, 2016

A mis padres, Ale y Ali

Agradecimientos

Quiero expresar mi más profundo agradecimiento a mis directores, Alfredo y Víctor, por todo lo que me han enseñado y, principalmente, por la calidez en el trato y la enorme paciencia que me han tenido.

Al mismo tiempo, quiero agradecerles a Manuel y Antonio, jefes del taller de fabricación, por todo el tiempo que han dedicado a enseñarme una pequeña parte del arte del mecanizado, esencial para que pudiera fabricar las probetas utilizadas en la tesis. Les quiero agradecer, también, a Pepe y a Marta toda la ayuda que me han brindado.

Por otro lado, extiendo mi agradecimiento a mis grandes amigos y compañeros JoseLu, Xavi, Javi, Merche, Jorge y Sergio por las largas horas de charlas y por hacer que mi estancia en Sevilla fuera espectacular; a mis compatriotas, Pitu, Pablo y Buroni por el ánimo constante en estos cuatro años y por último, a Lulú, por acompañarme en esta aventura y apoyarme en todo momento.

Índice

1	Introducción	31
2	Modelo de Navarro y De los Ríos (Modelo NR)	35
2.1	Modelo NR para placas infinitas	35
2.2	Modelo NR aplicado a placas entalladas	41
2.3	Resolución numérica del modelo NR	43
2.4	Métodos alternativos de resolución numérica	48
2.4.1	Método basado en Newton-Cotes	49
2.4.2	Método propuesto por Erdogan, Gupta y Cook	52
3	Modelo NR biaxial	59
3.1	Modelo NR para cargas biaxiales proporcionales	59
3.2	Modelo NR biaxial aplicado a placas entalladas	63
3.3	Ecuaciones del modelo NR para el caso de una placa biaxial con entalla circular	66
3.3.1	Tensiones elásticas	66
3.3.2	Tensiones debido al resto de dislocaciones	70
3.3.3	Armado de las ecuaciones integrales	71
3.3.4	Adimensionalización con respecto a D	73
3.4	Resolución paso a paso	75
3.4.1	Optimización de los cálculos	78
4	Diseño de la geometría para ensayos experimentales	81
4.1	Análisis de tensiones elásticas en placas con agujero	82
4.2	Análisis de tensiones elásticas sobre probetas cilíndricas entalladas	87
4.2.1	Análisis de tensiones sobre probetas macizas	88
4.2.2	Análisis de tensiones sobre probetas huecas	92

4.3	Diseño final de las probetas	95
4.4	Influencia de imperfecciones en las probetas reales	105
4.4.1	Variaciones en la posición de la entalla	106
4.4.2	Efecto de la concentricidad del agujero en las probetas huecas	107
5	Desarrollo experimental	109
5.1	Caracterización de los materiales	110
5.1.1	Caracterización mecánica	110
5.1.2	Caracterización química y metalográfica	111
5.2	Preparación de las probetas	113
5.2.1	Probetas macizas	114
5.2.2	Probetas huecas	116
5.2.3	Probetas utilizadas	118
5.3	Ensayos de fatiga	121
5.3.1	Ensayos de fatiga a tracción-compresión	123
5.3.2	Ensayos de fatiga a torsión alternativa	123
5.3.3	Ensayos de fatiga a tracción y torsión en fase	124
5.4	Punto de iniciación y dirección de grieta en los ensayos de fatiga	124
5.5	Superficie de grieta	126
6	Resultados y discusión de los ensayos a fatiga	127
6.1	Acero Inoxidable AISI 304L	127
6.1.1	Curvas S-N	128
6.1.2	Punto de iniciación y direcciones de grieta	138
6.1.3	Resumen de resultados sobre Acero Inoxidable	153
6.2	Aluminio 7075 T6	155
6.2.1	Curvas S-N	155
6.2.2	Punto de iniciación y direcciones de grieta	161
6.2.3	Resumen de resultados sobre Aluminio	171
7	Predicciones del modelo NR y el modelo de Taylor	173
7.1	Predicciones del Modelo NR	173
7.1.1	Acero Inoxidable	175
7.1.2	Aluminio	184
7.2	Análisis de las predicciones del modelo NR	189
7.3	Métodos de Distancia Crítica	198
7.3.1	Resultados	200

7.4	Modelo NR biaxial aplicado a placas entalladas con crecimiento de grietas en zigzag	210
8	Conclusiones y trabajos futuros	217
8.1	Conclusiones	217
8.2	Trabajos futuros	221
	Apéndice	229
A	Expresión de los núcleos para la solución biaxial	233
B	Adimensionalización del modelo NR Biaxial con agujeros circulares	237
C	Planos de las probetas utilizadas	241
D	Tablas de datos de ensayos de fatiga	249
D.1	Acero AISI 304L	249
D.1.1	Ensayos de KIth	249
D.1.2	Probetas macizas - entallas de 1 mm	249
D.1.3	Probetas huecas - sin entallas	250
D.1.4	Probetas huecas - entallas de 1 mm	251
D.1.5	Probetas huecas - entallas de 2 mm	251
D.1.6	Probetas huecas - entallas de 3 mm	252
D.2	Aluminio 7075	255
D.2.1	Probetas macizas - sin entallas	255
D.2.2	Probetas macizas - entallas de 1 mm	255
D.2.3	Probetas huecas - sin entallas	256
D.2.4	Probetas huecas - entallas de 1 mm	256
D.2.5	Probetas huecas - entallas de 2 mm	257
D.2.6	Probetas huecas - entallas de 3 mm	258
E	Tablas de datos de direcciones de grieta	261
E.1	Acero AISI 304L	261
E.2	Aluminio 7075 T6	264

Índice de Figuras

2.1	Esquema de grieta, zona plástica, barrera y microestructura del material.	37
2.2	Esquema de grieta, zona plástica y barrera, con la presencia de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección x . Coordenadas adimensionales.	38
2.3	Ejemplo de distribución de dislocaciones y tensiones de fricción utilizando las ecuaciones (2.2) y (2.3).	39
2.4	Placa infinita con agujero cilíndrico pasante, sometida a tracción uniaxial	43
2.5	Placa infinita con grieta sometida a una carga de tracción uniaxial.	45
2.6	Ejemplo de los intervalos de integración utilizados por Chaves et al [13] para la resolución del modelo NR.	45
2.7	Esquema del método de integración Newton-Cotes.	50
2.8	Comparación entre la función de distribución de dislocaciones obtenida mediante un método basado en Newton-Cotes y la teórica obtenida mediante la ecuación 2.2.	51
2.9	Error relativo del método basado en Newton-Cotes en función de N	53
2.10	Comparación entre la función de distribución de dislocaciones obtenida mediante el método de Erdogan, Gupta y Cook y la teórica.	54
2.11	Error relativo del método de Erdogan, Gupta y Cook en función de N	55
2.12	Error porcentual en función de la distancia adimensional mínima entre un punto de integración y la singularidad.	56
2.13	Comparación entre el error relativo del método de Erdogan, Gupta y Cook para distintos N y para $N = 751$	57
3.1	Placa con grieta sometida a esfuerzos biaxiales	61
3.2	Placa entallada sometida a esfuerzos biaxiales.	64

3.3	Variables utilizadas para resolver el problema elástico a lo largo de la línea de grieta	67
3.4	Combinación de esfuerzos axiales y tangenciales sobre una placa infinita con una entalla circular.	68
3.5	Relación entre esfuerzos tangenciales y axiales sobre una placa. . .	69
3.6	Esquema de las variables θ y θ_1	77
3.7	Esquema de dos grietas a y b que tienen la misma matriz de coeficientes.	79
4.1	Esquema de la placa sobre la cual se analizan las tensiones elásticas mediante la técnica de elementos finitos. $h_n \leq t_s$	84
4.2	k_t para una placa en función de los parámetros geométricos de la entalla (d_n y h_n). Espesor de la placa $t_s = 6.25$ mm	85
4.3	Posición de k_t para una placa con dos entallas de distinto diámetro. . .	86
4.4	Relación entre k_t y k_{teo} para una placa gruesa y una fina a lo largo de la profundidad del agujero.	86
4.5	Sistema de ejes a utilizar sobre probetas huecas y macizas con agujero. . .	87
4.6	k_{ts} para una probeta de diámetro $d_s = 17$ mm con agujeros de distinto diámetro d_n en función de la relación h_n/d_s	89
4.7	Relación k_{ts}/k_{tp} en función de d_n para probetas de distintos diámetros.	90
4.8	Posición de k_t señalada con un punto negro para una probeta de diámetro $d_s = 6.25$ mm con dos entallas de distinto diámetro e igual profundidad $h_n = 2$ mm.	91
4.9	Izquierda. Esquema de los parámetros de diseño. Derecha. Relación entre el factor de concentración de tensiones de un tubo (k_{ts}) y el de una placa ideal k_{teo} , en función del espesor de la pared (e), para tres diámetros de entalla (d_n) distintos.	93
4.10	Posición de k_{ts} marcada con un punto negro para tubos de distinto espesor.	94
4.11	Relación k_{ts}/k_{teo} en función del diámetro de la entalla d_n para probetas huecas con $d_{sI} = 13$ mm y $d_{sE} = 16$ mm.	94
4.12	σ_I/σ_{Iteo} a lo largo de la profundidad de la entalla, sobre la línea de máxima tensión principal, para distintos tipos de carga. Probeta maciza, entalla de diámetro $d_n = 1$ mm.	96

4.13	Relación entre la tensión principal máxima y la tensión externa aplicada en función de la distancia al punto de máxima tensión principal, sobre la dirección de máxima tensión principal. Probeta maciza con entalla de diámetro $d_n = 1$ mm sometida a cargas de tracción, torsión y biaxial y comparación con una placa infinita con el mismo agujero. Path perpendicular a la superficie del agujero, cuyo inicio es el punto de máxima tensión principal.	99
4.14	σ_I/σ_{Iteo} a lo largo de la profundidad de la entalla, sobre la línea de máxima tensión principal, para distintos tipos de carga. Probeta hueca, entalla de diámetro $d_n = 1$ mm.	100
4.15	Relación entre la tensión principal máxima y la tensión externa aplicada en función de la distancia al punto de máxima concentración, sobre la dirección de máxima tensión principal. Probeta hueca con entalla de diámetro $d_n = 1$ mm sometida a cargas de tracción, torsión y biaxial y comparación con una placa infinita con el mismo agujero. Path perpendicular a la superficie del agujero, cuyo inicio es el punto de máxima tensión principal.	102
4.16	σ_I/σ_{Iteo} a lo largo de la profundidad de la entalla, sobre la línea de máxima tensión principal, para distintos tipos de carga. Probeta hueca, entalla de diámetro $d_n = 3$ mm.	103
4.17	Relación entre la tensión principal máxima y la tensión externa aplicada en función de la distancia al punto de máxima concentración, sobre la dirección de máxima tensión principal. Probeta hueca con entalla de diámetro $d_n = 3$ mm sometida a cargas de tracción, torsión y biaxial y comparación con una placa infinita con el mismo agujero. Path perpendicular a la superficie del agujero, cuyo inicio es el punto de máxima tensión principal.	104
4.18	Esquema de los posibles fallos en la fabricación de las probetas. . .	106
4.19	Relación k_{te1}/k_{ts} en función de la posición de la entalla respecto de la ideal (e_1).	107
4.20	Relación entre la tensión máxima y la tensión media σ_I/σ_m sobre una probeta en función de la desviación del centro del agujero respecto del centro de la probeta (e_2).	108
5.1	Microfotografía del acero AISI 304L.	112
5.2	Microfotografía de una muestra de aluminio 7075 T6 atacada químicamente con ácido fosfórico al 10%.	113

5.3	Torno de control numérico utilizado para mecanizar las probetas ensayadas.	115
5.4	Taladro utilizado para el mecanizado del agujero (derecha) y esquema de la alineación (izquierda).	115
5.5	Esquema de las etapas del mecanizado de las probetas ensayadas. .	119
5.6	Máquina de ensayos universal Rumul Testronic 100 kN.	124
5.7	Máquina de ensayos universal MTS 809 Biaxial 100 kN.	125
5.8	Esquema de las variables utilizadas para definir el punto de inicio y la dirección de grieta.	126
6.1	Curvas $S-N$ de probetas macizas de acero con entalla de diámetro 1 mm a tracción (a) y torsión (b).	129
6.2	Curvas $S-N$ de probetas huecas de acero sin entalla a tracción (a) y torsión (b).	131
6.3	Curvas $S-N$ de probetas huecas de acero con entalla de diámetro 1 mm a tracción (a), torsión (b) y biaxial (c).	135
6.4	Curvas $S-N$ de probetas huecas de acero con entalla de 2 mm de diámetro a tracción (a) y torsión (b).	137
6.5	Curvas $S-N$ de probetas huecas de acero con entalla de 3 mm de diámetro a tracción. Máquina Rumul.	138
6.6	Montaje de fotografías de la entalla y las grietas para probetas macizas de acero AISI 304L ensayadas a fatiga en tracción (a) y torsión (b). $R = -1$	139
6.7	Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta maciza de acero AISI 304L ensayada a tracción con un agujero de 1 mm de diámetro y aproximadamente 3,5 mm de profundidad.	140
6.8	Esquema de los planos sobre los cuales se realizaron mediciones mediante el Perfilómetro sin Contacto. Sección $Y \approx 0$	141
6.9	Fotografía obtenida mediante SEM de la superficie de fractura de una probeta maciza de acero AISI 304L con una entalla de 1 mm de diámetro.	143
6.10	Fotografía obtenida mediante SEM del posible punto de inicio de una grieta sobre una probeta de acero AISI 304L con una entalla de diámetro 1 mm sometida a tracción.	143

6.11	Fotografía obtenida mediante SEM del posible punto de inicio de una grieta sobre una probeta de acero AISI 304L con una entalla de diámetro 1 mm sometida a tracción.	144
6.12	Fotografía obtenida por SEM de la zona de encuentro de dos grietas. Probeta de acero AISI 304L con entalla de 1 mm sometida a tracción.	145
6.13	Montaje de fotografías de las superficies de probetas huecas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro, ensayadas a tracción (superior), torsión (intermedia) y cargas biaxiales (inferior).	146
6.14	Fotografías de las superficies resultantes luego de ser desbastadas, de las probetas vistas en la imagen 6.13.	147
6.15	Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta hueca de acero AISI 304L ensayada a tracción con una entalla de 1 mm de diámetro.	149
6.16	Fotografía obtenida por SEM de la superficie de fractura de una probeta hueca de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción.	151
6.17	Curvas $S-N$ de probetas macizas de aluminio sin entalla sometidas a tracción (a) y torsión (b).	156
6.18	Curvas $S-N$ de probetas macizas de aluminio con entalla de 1 mm de diámetro sometidas a tracción. Máquina Rumul.	157
6.19	Curvas $S-N$ de probetas huecas de aluminio sin entalla bajo cargas de torsión.	158
6.20	Curvas $S-N$ de probetas huecas de aluminio con entalla de diámetro 1 mm sometidas a tracción (a), torsión (b) y biaxial (c).	161
6.21	Curvas $S-N$ de probetas huecas de aluminio con entalla de 2 mm de diámetro sometidas a tracción (a) y torsión (b).	162
6.22	Curva $S-N$ de probetas huecas de aluminio con entalla de 3 mm de diámetro sometidas a tracción. Máquina Rumul.	163
6.23	Fotografía de la superficie de una probeta maciza de aluminio 7075 T6 ensayada a fatiga en tracción-compresión. $R = -1$. $\sigma^\infty = 140$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 122.600$ ciclos.	164
6.24	Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta maciza de aluminio 7075 T6 ensayada a tracción con una entalla de 1 mm de diámetro.	165
6.25	Montaje de fotografías de las superficies de probetas huecas de aluminio 7075 T6 ensayadas a tracción (a), torsión (b) y cargas biaxiales (c).	168

6.26	Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta hueca de aluminio 7075 T6 ensayada a tracción con una entalla de 1 mm de diámetro.	169
7.1	Límite de fatiga a tracción para probetas de acero macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con el resultado experimental.	176
7.2	Límite de fatiga a torsión para probetas de acero macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con el resultado experimental.	176
7.3	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de acero con entallas de 1 mm de diámetro sometidas a tracción.	178
7.4	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de acero con entallas de 1 mm de diámetro sometidas a torsión.	179
7.5	Límite de fatiga a tracción para probetas de acero huecas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con los resultados experimentales.	180
7.6	Límite de fatiga a torsión para probetas de acero huecas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con los resultados experimentales.	181
7.7	Límite de fatiga bajo cargas biaxiales ($\sigma^\infty = \tau^\infty$) para probetas de acero huecas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con el resultado experimental obtenido.	181
7.8	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas huecas de acero sometidas a tracción. . .	183
7.9	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas huecas de acero sometidas a torsión. . .	183
7.10	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas huecas de acero sometidas a cargas biaxiales con $\sigma^\infty = \tau^\infty$	184
7.11	Límite de fatiga a tracción para probetas de aluminio macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con resultados experimentales.	185

7.12	Límite de fatiga a torsión para probetas de aluminio macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ , junto con resultados experimentales para probetas huecas.	186
7.13	Límite de fatiga bajo cargas biaxiales ($\sigma^\infty = \tau^\infty$) para probetas de aluminio macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ , junto con el resultado experimental obtenido para probetas huecas.	186
7.14	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de aluminio sometidas a tracción.	188
7.15	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de aluminio sometidas a torsión.	188
7.16	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de aluminio sometidas a cargas biaxiales con $\sigma^\infty = \tau^\infty$	189
7.17	Predicción, a través del modelo NR, del límite de fatiga a tracción para los materiales teóricos A, B y C.	191
7.18	Predicción, a través del modelo NR, del límite de fatiga a torsión para los materiales teóricos A, B y C.	191
7.19	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR, para el material C sometido a torsión, en función de Ψ .	192
7.20	Tensiones en la barrera (τ_3) para dos direcciones específicas en función de la relación Ψ junto con la predicción del modelo NR para cargas a torsión. Material C.	193
7.21	Tensiones σ y τ sobre la dirección $\theta = 0$, $\theta_1 = 0$	194
7.22	Tensiones σ y τ sobre la dirección $\theta = 45$, $\theta_1 = 0$	195
7.23	Predicciones del modelo NR biaxial para placas de materiales con distintas relaciones α , sometidas a tracción.	197
7.24	Predicciones del modelo NR biaxial para placas de materiales con distintas relaciones α , sometidas a cargas tangenciales.	197
7.25	Esquema de los métodos del punto y de la línea propuestos por Susmel y Taylor [49].	200
7.26	Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a tracción junto con el resultado experimental.	202
7.27	Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a torsión junto con el resultado experimental.	203

7.28	Predicciones del modelo de Taylor para probetas huecas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a tracción junto con los resultados experimentales.	204
7.29	Predicciones del modelo de Taylor para probetas huecas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a torsión junto con los resultados experimentales.	204
7.30	Predicciones del modelo de Taylor para probetas huecas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a cargas biaxiales $\sigma^\infty = \tau^\infty$ junto con el resultado experimental.	205
7.31	Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6, con agujero de radio R , sometidas a tracción junto con los resultados experimentales de probetas macizas y huecas. . .	206
7.32	Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6, con agujero de radio R , sometidas a torsión junto con los resultados experimentales de probetas huecas.	206
7.33	Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6, con agujero de radio R , sometidas a cargas biaxiales $\sigma^\infty = \tau^\infty$ junto con los resultados experimentales de probetas huecas.	208
7.34	Predicciones de los modelos NR y de Taylor para probetas de un material con una relación $\sigma_{FL}/\tau_{FL} = 2$ sometidas a tracción. . . .	208
7.35	Predicciones de los modelos NR y de Taylor para probetas de un material con una relación $\sigma_{FL}/\tau_{FL} = 2$ sometidas a torsión. . . .	209
7.36	Esquema de una grieta creciendo en zigzag desde un agujero. . . .	211
7.37	Esquema de la posición de un punto \bar{x} , orientado en la dirección de $\theta_{1(j+1)}$, sobre el cual se busca conocer las componentes σ y τ debido a las cargas externas.	212
7.38	Esquema de la interacción entre una dislocación ubicada en el punto $\bar{\xi}$ y otra ubicada en el punto \bar{x}	213
A.1	Esquema de las variables utilizadas en la expresión de los <i>Núcleos</i> . .	233
C.1	Esquema de la geometría de las probetas utilizadas en los ensayos a tracción. Magnitudes en mm.	242
C.2	Esquema de la geometría de las probetas utilizadas en los ensayos para la obtención de $K_{I_{th}}$. Magnitudes en mm.	242
C.3	Esquema de la probeta M-Al1 diseñada para ensayos de fatiga a torsión sobre probetas de aluminio sin entalla. Magnitudes en mm.	243

C.4	Esquema de la probeta M-Al2 diseñada para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de aluminio sin entalla. Magnitudes en mm.	244
C.5	Esquema de la probeta M-Al3 diseñada para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de aluminio con entalla. Magnitudes en mm.	245
C.6	Esquema de las probetas T-Al1 y T-Ac1 diseñadas para ensayos de fatiga a tracción, torsión o cargas combinadas sobre probetas de acero y aluminio, con y sin entalla. Magnitudes en mm.	245
C.7	Esquema de la probeta T-Al2 diseñadas para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de aluminio sin entalla. Magnitudes en mm.	246
C.8	Esquema de la probeta M-Ac1 diseñadas para ensayos de fatiga a torsión sobre probetas de acero con entalla de 1 mm de diámetro. Magnitudes en mm.	247
C.9	Esquema de la probeta M-Ac2 diseñadas para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de acero con entalla de 1 mm de diámetro. Magnitudes en mm.	247

Índice de Tablas

2.1	Valores de σ_3 obtenidos y error porcentual. Método de Newton-Cotes	52
2.2	Valores de σ_3 obtenidos y error porcentual. Método de Erdogan et al.	54
3.1	Variables necesarias para la resolución del modelo NR.	76
4.1	Parámetros geométricos de las probetas macizas.	95
4.2	Porcentaje de la profundidad del agujero donde la tensión principal máxima difiere en menos del 1% respecto del máximo hallado. . . .	105
5.1	Propiedades mecánicas de los materiales utilizados.	111
5.2	Composición química de los materiales.	113
5.3	Parámetros de mecanizado utilizados en el torno de control numérico.	114
5.4	Revoluciones por minuto elegidas para el mecanizado del agujero central, para cada herramienta y material.	117
5.5	Revoluciones por minuto elegidas para el mecanizado de la entalla, para cada herramienta y material.	117
5.6	Características geométricas de las probetas utilizadas.	120
5.7	Características de las probetas de Aluminio 7075 T6 macizas sin entalla ensayadas a fatiga.	120
5.8	Características de las probetas macizas con entallas ensayadas a fatiga.	121
5.9	Características de las probetas huecas ensayadas a fatiga.	121
5.10	Diámetro promedio de las entallas sobre probetas huecas y concentricidad de las mismas para cada material.	121
5.11	Cantidad de ensayos para cada material y tipo de carga.	122
6.1	Límites de fatiga para acero AISI 304L obtenidos por Chaves [52]. .	128

6.2	Límites de fatiga para ensayos a tracción y torsión sobre probetas huecas y macizas de acero AISI 304L sin entalla.	130
6.3	Límites de fatiga para ensayos a tracción y torsión sobre probetas huecas y macizas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro.	135
6.4	Puntos de iniciación y direcciones de grieta. Probetas macizas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro.	138
6.5	Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta maciza de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro.	141
6.6	Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta maciza de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción.	142
6.7	Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro.	145
6.8	Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta hueca de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro.	149
6.9	Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta hueca de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción.	150
6.10	Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de acero con entallas de 2 mm.	152
6.11	Punto de iniciación y dirección de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de acero con entallas de 3 mm.	153
6.12	Límites de fatiga de acero AISI 304L para distintos tipos de ensayos.	154
6.13	Tensión máxima para 1×10^6 de ciclos. Ensayos a torsión sobre probetas huecas y macizas de Al 7075 T6 sin entalla.	158
6.14	Tensión máxima para 1×10^6 de ciclos. Ensayos a tracción sobre probetas huecas y macizas de Al 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.	159
6.15	Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas macizas de aluminio con entallas de 1 mm de diámetro.	163

6.16	Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta maciza de aluminio 7075 T6 con un agujero de 1 mm de diámetro.	165
6.17	Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta maciza de aluminio 7075 T6 con agujero de 1 mm de diámetro sometida a tracción. . .	166
6.18	Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de aluminio con entallas de 1 mm de diámetro.	166
6.19	Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta hueca de aluminio 7075 T6 con entalla de 1 mm de diámetro.	168
6.20	Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta hueca de aluminio 7075 T6 con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción. . .	170
6.21	Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de aluminio con entallas de 2 mm de diámetro.	170
6.22	Punto de iniciación y dirección de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de aluminio con entallas de 3 mm. . .	170
6.23	Tensión para 1×10^6 ciclos para probetas de aluminio 7075 T6 en los distintos tipos de ensayos.	171
7.1	Propiedades de los materiales necesarias para utilizar el modelo NR.	174
7.2	Factores de proyección de las tensiones normal y tangencial sobre el grano vecino al primer grano para cada material.	175
7.3	Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo NR para probetas macizas de acero con entalla de 1 mm de diámetro y aproximadamente 3 mm de profundidad. . . .	177
7.4	Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR y resultados experimentales de probetas macizas de acero con entallas de 1 mm de diámetro sometidas a tracción y torsión.	179
7.5	Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo NR para probetas huecas de acero con agujeros de 1, 2 y 3 mm.	182

7.6	Comparación entre resultados experimentales y predicciones del modelo NR de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) para probetas huecas de acero AISI 304L sometidas a tracción, torsión y cargas biaxiales ($\sigma^\infty = \tau^\infty$).	184
7.7	Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo NR para probetas macizas de aluminio con entalla de 1 mm sometidas a cargas de tracción.	187
7.8	Comparación entre los puntos de inicio y las direcciones de grieta medidos experimentalmente y predichos por el modelo NR. Aluminio 7075 T6 con agujero de 1 mm de diámetro.	189
7.9	Relación σ_{FL}/τ_{FL} para distintos materiales teóricos.	190
7.10	Datos necesarios para realizar las predicciones mediante los métodos propuestos por Taylor.	201
7.11	Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo de Taylor para probetas macizas de acero con entalla de 1 mm de diámetro.	203
7.12	Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo de Taylor para probetas huecas de acero con agujeros de 1, 2 y 3 mm.	207
7.13	Comparación entre el resultado experimental y la predicción del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6 con entalla de 1 mm de diámetro.	207
D.1	Resultados de los ensayos a fatiga realizados para obtener K_{Ith} , mediante el cálculo del límite a fatiga de la probeta mostrada en la figura C.2.	250
D.2	Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas macizas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.	251
D.3	Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable sin entalla.	252
D.4	Resultados de los ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable con entalla de diámetro 1 mm.	253
D.5	Resultados de los ensayos de fatiga a torsión y biaxiales realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable con entalla de diámetro 1 mm.	253
D.6	Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 2 mm de diámetro.	254

D.7	Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de acero con entalla de diámetro 3 mm.	254
D.8	Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas macizas de aluminio sin entalla.	255
D.9	Resultados de los ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas macizas de aluminio con entalla de diámetro 1 mm.	256
D.10	Resultados de los ensayos de fatiga a torsión realizados sobre probetas huecas de aluminio sin entalla.	257
D.11	Resultados de ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas huecas de aluminio con entalla de diámetro 1 mm.	257
D.12	Resultados de los ensayos de fatiga a torsión y biaxial realizados sobre probetas huecas de aluminio con entallas de 1 mm de diámetro.	258
D.13	Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de aluminio con entallas de 2 mm de diámetro.	259
D.14	Resultados de ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas huecas de aluminio con entalla de diámetro 3 mm.	260
E.1	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas macizas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.	261
E.2	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.	262
E.3	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.	262
E.4	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 2 mm de diámetro.	263
E.5	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 3 mm de diámetro.	263
E.6	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas macizas de aluminio 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.	264
E.7	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.	264
E.8	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.	265
E.9	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 2 mm de diámetro.	265
E.10	Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 3 mm de diámetro.	266

Nomenclatura	
a	Longitud de media grieta
a_0	Parámetro de El-Haddad et al.
A	Constante del material
A_s	Área resistente de una probeta
\vec{b}	Vector de Burgers
b_x	Componente del vector de Burgers orientada según el eje x
b_y	Componente del vector de Burgers orientada según el eje y
c	Longitud del conjunto grieta-zona plástica-barrera
d_K	En el apéndice A, relación entre la posición de la dislocación ubicada en ξ y R
d_n	Diámetro del agujero
\bar{d}_n	Diámetro promedio del agujero
d_{n1}	Diámetro promedio de los agujeros de aproximadamente 1 mm
d_{n2}	Diámetro promedio de los agujeros de aproximadamente 2 mm
d_{n3}	Diámetro promedio de los agujeros de aproximadamente 3 mm
d_s	Diámetro de una probeta maciza en su sección resistente
\bar{d}_s	Diámetro promedio de un conjunto de probetas macizas en la sección resistente
d_{sE}	Diámetro externo de una probeta hueca
\bar{d}_{sE}	Diámetro externo promedio de la sección resistente de un conjunto de probetas huecas
d_{sI}	Diámetro interno de una probeta hueca
\bar{d}_{sI}	Diámetro interno promedio de la sección resistente de un conjunto de probetas huecas
D	Tamaño de grano
e	Espesor de la pared de una probeta hueca
e_1	Distancia entre la posición real de una entalla y la ideal
e_2	Concentricidad de las probetas huecas
f	Exponente utilizado en la ecuación de aproximación del diagrama de Kitagawa-Takahashi
F	Fuerza
G	Módulo de rigidez transversal
h	En sección 2.4, ancho del intervalo de integración
h_n	Profundidad de una entalla
\bar{h}_n	Profundidad promedio de varias entallas
i	Granos que comprende la grieta durante su crecimiento $i = 1, 3, 5 \dots$

Nomenclatura	
I	Momento de inercia de una probeta
K	Núcleo de la ecuación integral
$K_{x\sigma}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones normales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección x
$K_{x\tau}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones tangenciales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección x
$K_{y\sigma}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones normales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección y
$K_{y\tau}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones tangenciales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección y
$K_{adx\sigma}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones normales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección x . Las distancias utilizadas se encuentran adimensionalizadas con respecto al tamaño de grano
$K_{adx\tau}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones tangenciales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección x . Las distancias utilizadas se encuentran adimensionalizadas con respecto al tamaño de grano
$K_{ady\sigma}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones normales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección y . Las distancias utilizadas se encuentran adimensionalizadas con respecto al tamaño de grano
$K_{ady\tau}$	Núcleo del sistema de ecuaciones, relacionado con las tensiones tangenciales provocadas por la distribución de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección y . Las distancias utilizadas se encuentran adimensionalizadas con respecto al tamaño de grano
k_t	Factor de concentración de tensiones
k_{teo}	Factor de concentración de tensiones teórico para una placa
K_{th}	Factor de Intensidad de tensiones umbral

Nomenclatura	
k_{tp}	Factor de concentración de tensiones para una placa
k_{ts}	Factor de concentración de tensiones para una probeta con sección circular
k_{te_1}	Factor de concentración de tensiones para una probeta con una entalla colocada a una distancia e_1 de su posición ideal
L	En la sección 7.3, distancia crítica En el apéndice A, relación entre variables utilizadas.
m_i^*	Factor de orientación cristalográfica entre granos contiguos al i -ésimo grano
$m_{\sigma i}^*$	Factor de orientación cristalográfica entre granos contiguos al i -ésimo para la tensión σ_3
$m_{\tau i}^*$	Factor de orientación cristalográfica entre granos contiguos al i -ésimo para la tensión τ_3
N	Número de puntos de colocación ξ_i utilizados para resolver el sistema de ecuaciones integrales
n_1	Posición adimensional de la grieta
n_2	Posición adimensional de la zona plástica
p	Distancia al <i>Hot Spot</i> utilizada en los métodos de Taylor
r	Distancia utilizada para describir la posición de una dislocación en coordenadas polares
r_{ad}	Distancia utilizada para describir la posición de una dislocación en coordenadas polares, adimensionalizada por el tamaño de grano del material.
R	Radio del agujero En lo referente a los ensayos de fatiga, relación de carga min/max
r_K, r_{K1}, r_{K2}	En el apéndice A, relación de variables utilizadas
r_0	Ancho de la barrera
s	Vector que define la dirección de una dislocación
t	Parámetro utilizado para modelar una grieta con crecimiento en zigzag
T	Momento torsor
t_j	Punto de inicio/fin de un trozo de grieta modelada con crecimiento en zigzag
t_s	Espesor de una placa

Nomenclatura	
v, u	Variables adimensionales utilizadas para la resolución de la ecuación integral
x, ξ	Coordenadas adimensionales de posición sobre la grieta
$\hat{x}, \hat{y}, \hat{\xi}$	Coordenadas de posición en el plano orientadas respecto de la carga externa
$\bar{x}, \bar{y}, \bar{\xi}$	Coordenadas de posición en el plano orientadas respecto de la grieta
x_1, x_2	En el apéndice A, relación de variables utilizadas
x_k, y_k	En el apéndice A, posición en el plano xy
X, Y, Z	Sistema de ejes coordenados con centro coincidente con el centro del agujero
α	Relación σ_{FL}/τ_{FL}
β	En la sección 5.1.1, profundidad de la entalla
γ	En el apéndice A, ángulo de rotación de las tensiones sobre la línea de grieta
γ_1	Ángulo entre el trozo de grieta donde se ubica una dislocación ξ y el eje χ
γ_2	Ángulo entre el sistema $\chi\iota$ y el trozo de grieta donde se ubica una dislocación x
δ	En la sección 7.4, ángulo utilizado para describir la posición de una dislocación en coordenadas polares
η	Relación c/D
θ	Punto alrededor del agujero desde el que se inicia la grieta
θ_0	Angulo utilizado para describir la posición de una dislocación en coordenadas polares
θ_{0ad}	Angulo utilizado para describir la posición de una dislocación en coordenadas polares, calculado a través de variables adimensionales
θ_1	Dirección de la grieta
θ_{1j}	Dirección del trozo de grieta “ j ”.
λ	Factor por el que multiplicando las cargas remotas se cumple el criterio de activación
Λ	Máximo λ para una dirección específica
λ_{FL}	Límite de fatiga predicho por el modelo NR. Mínimo entre todos los Λ
$\bar{\mu}_{ME}$	Promedio de las rugosidades externas máximas
$\bar{\mu}_{mE}$	Promedio de las rugosidades externas medias

Nomenclatura	
$\bar{\mu}_{MI}$	Promedio de las rugosidades internas máximas
$\bar{\mu}_{mI}$	Promedio de las rugosidades internas medias
ν	Coeficiente de Poisson
ξ_k	En el apéndice A, posición de una dislocación sobre el eje x
ρ	Relación r_0/D En la sección 7.4 ángulo de giro del sistema de coordenadas $\hat{x}\hat{y}$ al sistema $\chi\iota$
σ	Tensión normal debido a cargas remotas que habría sobre la línea de grieta si esta no existiera En sección 3.1, estado tensional
σ_f	Tensión de fricción normal sobre cada una de las zonas de la grieta $f = 1, 2, 3$
σ_1	Tensión de fricción normal sobre la grieta
σ_2	Tensión de fricción normal sobre la zona plástica
σ_3	Tensión de fricción normal sobre la barrera
σ_{3Num}	Tensión de fricción normal sobre la barrera calculada numéricamente
σ_{3Teo}	Tensión de fricción normal sobre la barrera calculada de manera analítica
$\bar{\sigma}$	Tensión normal debida a la interacción entre las dislocaciones
$\sigma_{n,max}$	Tensión normal máxima al plano crítico utilizada por Susmel
σ^∞	Tensión normal remota
σ_0	Tensión principal máxima que habría sobre un espécimen con entalla si esta no existiera.
σ_{FL}	Límite de fatiga a tracción del material sin concentradores de tensiones
σ_{FLth}	Límite de fatiga de las probetas utilizadas para calcular el factor de intensidad de tensiones umbral
σ_{Li}^∞	Tensión normal remota necesaria para que la grieta supere el grano i -ésimo
σ_I	Tensión principal máxima
σ_{Iteo}	Tensión principal máxima teórica
σ_m	Tensión media
σ_r	Tensión radial de un estado tensional en coordenadas polares
σ_{rad}	Tensión radial de un estado tensional en coordenadas polares, adimensionalizadas por el tamaño de grano

Nomenclatura	
σ_T	Tensión principal máxima utilizada en los métodos de Taylor
σ_{Ty}	Límite de fatiga a tracción predicho con el método de Taylor
σ_θ	Tensión circunferencial de un estado tensional en coordenadas polares
$\sigma_{\theta ad}$	Tensión circunferencial de un estado tensional en coordenadas polares, adimensionalizadas por el tamaño de grano
σ_U	Tensión de rotura
σ_y	Tensión de fluencia
τ	Tensión tangencial debido a cargas remotas que habría sobre la línea de grieta si esta no existiera
τ_f	Tensión de fricción tangencial sobre cada una de las zonas de la grieta $f = 1, 2, 3$
τ_1	Tensión de fricción tangencial sobre la grieta
τ_2	Tensión de fricción tangencial sobre la zona plástica
τ_3	Tensión de fricción tangencial sobre la barrera
τ^∞	Tensión tangencial remota
$\bar{\tau}$	Tensión tangencial debida a la interacción entre las dislocaciones
τ_a	Amplitud de tensión tangencial sobre el plano crítico utilizada por Susmel et al.
τ_c^i	Tensión necesaria para activar un plano de deslizamiento en el grano vecino al <i>i-ésimo</i> grano
τ_{FL}	Límite de fatiga a torsión del material sin concentradores de tensiones
τ_{Li}^∞	Tensión tangencial remota necesaria para que la grieta supere el grano <i>i-ésimo</i>
$\tau_{r\theta}$	Tensión tangencial de un estado tensional en coordenadas polares
$\tau_{r\theta ad}$	Tensión tangencial de un estado tensional en coordenadas polares adimensionalizadas por el tamaño de grano
τ_{Ty}	Límite de fatiga a torsión predicho con el método de Taylor
χ, ℓ	Sistema de coordenadas auxiliar utilizado en la sección 7.4
Ψ	Relación R/D
ω	Distancia al agujero

Capítulo 1

Introducción

La problemática de los fallos por fatiga afecta a un gran número de componentes en los más diversos campos de aplicación. Desde maquinaria pesada para distintos tipos de industria, instrumentos deportivos, medios de transporte, hasta componentes a escala micrométrica.

Al ser un proceso de crecimiento de grieta paulatino que culmina con la fractura de la pieza, prácticamente no se alteran las dimensiones de la misma, hecho que complica considerablemente su detección. Esto produce que la gran mayoría de los fallos ocurran de manera inesperada y conlleven, en muchos casos, un gran riesgo para personas.

Se tiene conocimiento de esta problemática desde la segunda etapa de la revolución industrial (mediados del siglo XIX), con la aparición de los trenes de manera masiva y los estudios de Wöhler. Este investigador alemán fue el responsable de la introducción del término “fatiga” para fallos que se producían bajo ciertas condiciones de carga cíclica, como así también del concepto de “límite de fatiga” para referirse a una tensión por debajo de la cual una pieza no fallará sin importar el número de ciclos de carga y descarga a los que se la someta [1, 2]. En sus trabajos, Wöhler relacionaba directamente la tensión cíclica sobre una pieza con el número de ciclos necesarios para provocar su fallo, dando lugar a la bien conocida curva S-N, de la cual derivaron muchos métodos de cálculo de resistencia a fatiga [3].

Dichos métodos de cálculo, denominados métodos clásicos de cálculo a fatiga, sólo permiten al diseñador hacer una estimación de los ciclos de carga que una grieta, sometida a una carga monoaxial, necesita para crecer desde longitud cero hasta una cierta longitud a partir de la cual su crecimiento puede ser descrito mediante la Mecánica de Fractura. Puesto que en ellos la presen-

cia de la microgrieta se obvia totalmente, su aplicación depende de diversos coeficientes experimentales: de acabado superficial, de tamaño, de concentración de tensiones, etc. La asignación de varios de estos coeficientes es en gran medida arbitraria, lo que deriva en una gran dispersión en los resultados.

Se suma a esta carencia, el hecho de que los componentes de máquina suelen estar sometidos a estados de tensión y deformación multiaxial cíclica durante su funcionamiento, lo que conlleva la necesidad de realizar una generalización del diseño a fatiga a condiciones multiaxiales de tensión. La forma más común de realizarlo es separar el espacio de tensiones en dos zonas, una segura y otra no. La primera de ellas, como su nombre lo indica, es la zona en la cual el componente soportará un alto número de ciclos (incluso infinitos) de combinaciones de esas tensiones sin que se produzca el fallo. Como es lógico, dicha zona tiene que incluir el origen de tensiones y su contorno tiene que ser una superficie cerrada. A partir de este punto, las diferencias entre los distintos criterios de fatiga multiaxial radican en cómo especifican la forma de dicha superficie o, incluso, el espacio de tensiones dentro del cual la formulan (por ejemplo, tensiones desviadoras). En ese sentido, Papadopoulos et al. [4], en una extensa revisión bibliográfica, clasifican y describen los criterios de fatiga multiaxial más usados. Dentro de esta clasificación existen tres categorías: criterios basados en los invariantes del tensor de tensiones, criterios basados en el concepto del plano crítico y criterios basados en promedios de los indicadores de tensión en un volumen elemental de material (incluyendo aquí la llamada aproximación mesoscópica).

Los primeros en aparecer históricamente son los criterios apoyados en los invariantes del tensor de tensiones. Estos surgen de la aplicación a fatiga de los conocidos criterios de plastificación de metales, lo cual tiene su base en las grandes similitudes que tienen ambos procesos. Sin embargo, lógicamente, hay muchas diferencias, dentro de las cuales destaca el rol de la tensión hidrostática en ambos procesos. En el caso del proceso de plastificación, dicha tensión prácticamente no influye, mientras que en el proceso de fatiga una tensión hidrostática puede ayudar a abrir (tensión positiva) o cerrar (tensión negativa) la grieta, cambiando drásticamente la velocidad de crecimiento. Por este motivo resulta claro que no se pueden utilizar los mismos criterios sin modificarlos de alguna manera, en pos de contemplar la influencia de la tensión hidrostática.

Por otro lado, la idea detrás de los criterios de plano crítico, como su nombre

lo indica, consiste en elegir un plano sobre el cual, se supone, se desarrollará la grieta que llevará al fallo por fatiga al componente en cuestión. Las diferencias entre los criterios enmarcados dentro de esta idea radican en la elección del plano y en como cuantificar el daño en base a las tensiones normales y tangenciales sobre dicho plano.

Por último se encuentran los criterios de aproximación mesoscópica [5, 6], los cuales son también los más recientes. Utilizando la terminología de los autores, estos criterios trabajan en una escala llamada “mesoscópica”, la cual se encuentra entre la “macroscópica” (aquella utilizada comúnmente en la ingeniería y en la cual se trata a los materiales como medios continuos) y la escala “microscópica”, (aquella donde se toman en cuenta las dislocaciones). La idea principal de estos métodos se basa en que las deformaciones a escala microscópica, en los planos de deslizamiento preferentes, terminan definiendo el lugar y los ciclos de fallo por fatiga. Por lo tanto, los autores elaboran un criterio de fallo por fatiga en ese nivel de material, utilizando las tensiones normales y tangenciales a ese nivel. Por último, vinculan las tensiones a escala -macro con la escala -micro, obteniendo un criterio multiaxial.

Por otro lado, además de considerar el estado multiaxial de tensiones y deformaciones mediante cualquiera de los criterios enmarcados en los tres grandes grupos por Papadopoulos [4], es muy importante tener en cuenta que la mayor parte de los fallos por fatiga en componentes de máquinas y estructuras tienen lugar en concentradores de tensiones. Estos sitios suelen ser inevitables por la propia naturaleza de su función, de modo que cualquier método para predicción de fallo por fatiga debe tener en cuenta el efecto de los mismos. Para ello existen muchas formas propuestas, comenzando por los trabajos pioneros de Neuber [7] y Peterson [8] hasta los recientes métodos de distancia crítica propuestos por Taylor [9].

Todas estas técnicas emplean correlaciones entre el valor de la tensión o la deformación en la zona de la entalla, y el número de ciclos que el componente puede resistir, análogamente a la curva S-N introducida por Wöhler [3]. Son modelos fenomenológicos, que no tienen en cuenta el crecimiento de la grieta, el cual es el responsable del fallo. Simplemente analizan los campos de tensiones y deformaciones y elaboran las predicciones en base a distintos criterios. Esto tiene validez, siempre y cuando la grieta sea pequeña y su presencia no altere significativamente los campos de tensiones en el resto del sólido.

Como ha podido observarse, los criterios multiaxiales normalmente usados en

la práctica o aquellos más conocidos para componentes entallados, no tienen en consideración, de manera cuantitativa, el crecimiento de microgrietas en las primeras etapas del proceso de fatiga. Sin embargo, desde las últimas décadas del siglo pasado, se han venido desarrollando teorías de crecimiento de las denominadas grietas pequeñas, que de alguna manera, tratan de extender la mecánica de fractura hasta ese régimen en que las grietas son del tamaño de la propia microestructura del material.

El presente trabajo se enmarca en este ámbito, aplicando el modelo de Navarro y De los Ríos [10, 11], para componentes con concentradores de tensiones sometidos a estados de carga biaxiales. El citado modelo considera a la grieta desde un tamaño comparable con la microestructura del material, lo que le da bases físicas para cuantificar tanto la influencia de la presencia de concentradores de tensiones como de estados de carga biaxiales.

El objetivo de esta tesis es, entonces, realizar ensayos experimentales intentando reproducir las condiciones ideales del modelo de Navarro y De los Ríos, para así comparar los resultados con las predicciones teóricas. Con este fin, se realizarán las siguientes tareas:

- Se hará un estudio detallado del propio modelo aplicado a entallas bajo carga biaxial, de las ecuaciones que lo componen y de cómo resolverlas de forma eficiente, minimizando tanto el tiempo de cálculo como el error numérico asociado.
- Se diseñarán las probetas para ensayos de fatiga, con y sin concentradores de tensión. Con este fin se utilizarán herramientas de elementos finitos.
- Se detallará el proceso de fabricación de las probetas y la caracterización de los materiales utilizados, los cuales son un acero AISI 304L y un aluminio 7075 T6.
- Se harán ensayos de fatiga a tracción-compresión, torsión alternativa y combinando tracción y torsión en fase.
- Se analizarán los resultados, comparándolos con las predicciones del propio modelo de Navarro y De los Ríos junto con otro comúnmente usado por la comunidad científica.

Capítulo 2

Modelo de Navarro y De los Ríos (Modelo NR)

2.1 Modelo NR para placas infinitas

El modelo de Navarro y De los Ríos (NR) [10, 11] originalmente fue desarrollado para analizar el crecimiento de grietas microestructuralmente pequeñas por fatiga en componentes planos, sin concentradores de tensiones y cargados en modo III. Concretamente, se estudia el caso de una grieta de longitud comparable con el tamaño de grano del material, creciendo en una placa infinita sin discontinuidades geométricas. Dicho trabajo se basa en la clásica investigación de Bilby et al. [12], y modela la grieta y la zona plástica asociada con una distribución continua de dislocaciones infinitesimales distribuidas a lo largo de una línea recta de longitud el tamaño medio de grano del material. Es decir, se asume que la deformación plástica generada por el crecimiento de una grieta se produce en bandas de deslizamiento rectilíneas, atravesando los granos del material, o lo que es lo mismo, la grieta crece en una línea, moviendo dislocaciones únicamente en esa dirección.

Para reproducir la microgrieta, su zona plástica asociada y la barrera microestructural se considera que en cada una de estas zonas, las dislocaciones se encuentran sometidas a una tensión de “*fricción*” diferente que se opone a su movimiento. Sobre la microgrieta, dicha tensión de fricción representa la oposición al movimiento relativo entre ambas caras de la grieta, en la zona plástica ésta reproducirá la oposición del material al movimiento de las dislocaciones en la banda de deslizamiento. Finalmente, la tensión de fricción

en la zona de la barrera reproducirá la resistencia del material a que las dislocaciones superen el borde de grano y con ello la grieta pueda continuar creciendo por fatiga dentro del grano vecino [10, 11].

Entonces, el proceso de crecimiento de una grieta en una placa infinita sin concentradores de tensiones según el modelo NR, se inicia con la nucleación de una microgrieta en el grano que presenta la mejor orientación cristalográfica para la formación de bandas de deslizamiento. Una vez nucleada la microgrieta, la zona plástica se extiende por todo el grano, desde la punta de la grieta hasta el borde de grano, donde la presencia de dicha interfaz impide su propagación hacia granos vecinos, actuando como una barrera. Conforme avanza la grieta dentro del grano, mueve dislocaciones hacia la barrera microestructural, aumentando la tensión sobre ella. Si dicha tensión se incrementa lo suficiente como para activar bandas de deslizamiento en el grano vecino, la grieta se propagará y se repetirá este ciclo en cada una de las barreras siguientes. Si, por el contrario, la tensión no es lo suficientemente alta como para inducir deformación plástica en el grano aledaño, la grieta será no propagante. La figura 2.1 muestra un esquema de la grieta, la zona plástica y la barrera, junto con los granos del material.

En dicho esquema, se considera un material con un tamaño de grano promedio D y una grieta de longitud $2a$, sometido a una tensión externa cortante τ^∞ . La posición del borde de grano es $iD/2$ con respecto al centro de la grieta, donde i representa la cantidad de granos afectados por la grieta y toma valores $i = 1, 3, 5, \dots$, considerando que la grieta crece de forma simétrica. La barrera se encuentra entre esa posición y $r_0 + iD/2$, siendo r_0 , el ancho de la barrera. Las variables \hat{x} , \hat{y} y $\hat{\xi}$ tienen unidades de longitud.

En la figura 2.2 se muestra otro esquema de la grieta creciendo en el material, pero en este caso no se muestran los granos y si las dislocaciones en la grieta y en la banda de deslizamiento y las tensiones que se oponen a su movimiento. Las primeras, σ_1 y σ_2 , representan la tensión de “*fricción*” en la grieta y en la zona plástica respectivamente, mientras que σ_3 representa la tensión en la barrera. Cabe destacar que en este caso, las variables que figuran en el gráfico, x , ξ e y , son adimensionales.

La ecuación de equilibrio de dislocaciones a lo largo de la línea de grieta, en términos de las variables adimensionales x y ξ es la siguiente [10, 13, 14]:

$$A \int_{-1}^1 \frac{f(\xi) d\xi}{(x - \xi)} + (\tau^\infty - \sigma_f(x)) = 0 \quad (2.1)$$

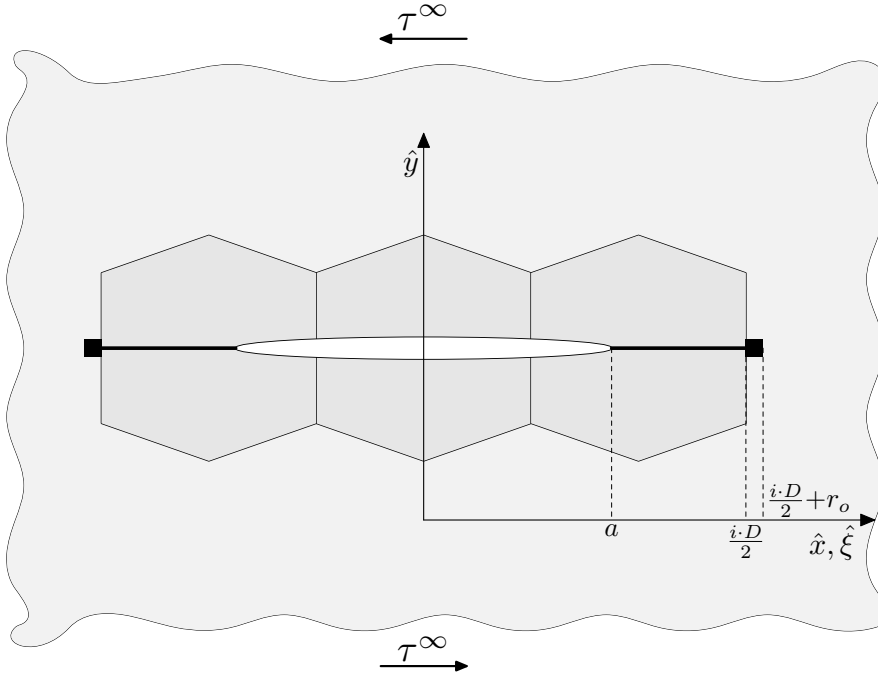


Figura 2.1: Esquema de grieta, zona plástica, barrera y microestructura del material.

El primer término representa la suma de las tensiones producidas entre las dislocaciones, siendo $f(\xi)$ la función distribución de las mismas y A una constante de valor $A = Gb/2\pi$ si se trata de dislocaciones de tornillo y $A = Gb/2\pi(1-\nu)$ si son de borde, donde G es el módulo de rigidez transversal del material, b el vector de *Burgers* y ν el coeficiente de *Poisson*. El factor $1/(x-\xi)$ se denomina *Núcleo* de la ecuación y representa la interacción entre la dislocación ubicada en x y aquella ubicada en ξ . τ^∞ es la tensión que habría en la línea de grieta si esta no existiera, debido a la tensión externa aplicada. Por su parte σ_f es la tensión que se opone al movimiento de las dislocaciones en cada una de las tres zonas, tomando valores σ_1 , σ_2 y σ_3 .

Dicha ecuación (2.1) tiene una solución exacta, la cual se consigue aplicando el teorema de inversión de Muskhelishvili [16]. La función de distribución de dislocaciones resulta [10, 11]:

$$f(\xi) = \frac{1}{\pi^2 A} (\sigma_2 - \sigma_1) \left[\cosh^{-1} \left(\left| \frac{1 - n_1 \xi}{n_1 + \xi} \right| \right) - \cosh^{-1} \left(\left| \frac{1 + n_1 \xi}{n_1 + \xi} \right| \right) \right] + \\ + \frac{1}{\pi^2 A} (\sigma_3 - \sigma_2) \left[\cosh^{-1} \left(\left| \frac{1 - n_2 \xi}{n_2 + \xi} \right| \right) - \cosh^{-1} \left(\left| \frac{1 + n_2 \xi}{n_2 + \xi} \right| \right) \right] \quad (2.2)$$

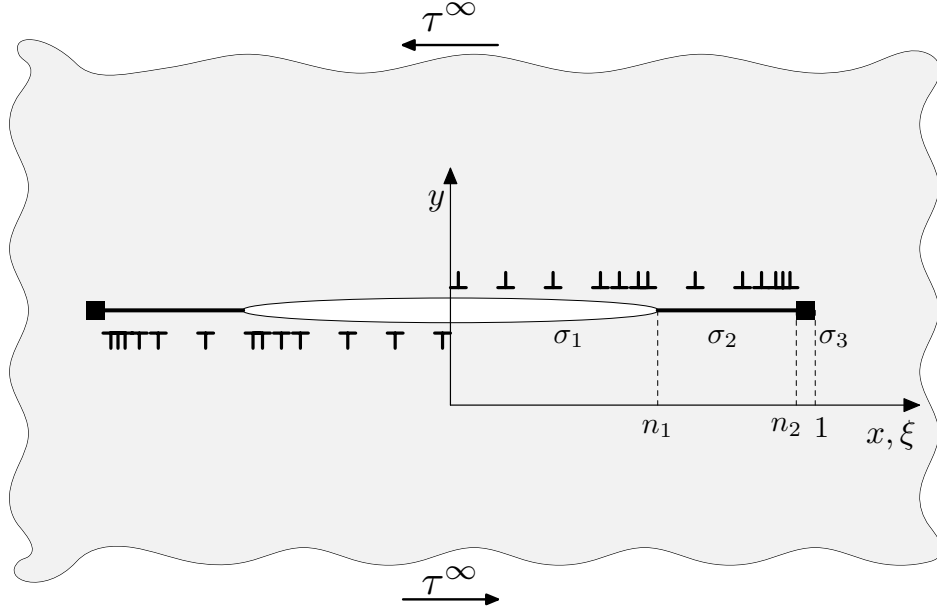


Figura 2.2: Esquema de grieta, zona plástica y barrera, con la presencia de dislocaciones con vectores de Burgers en la dirección x . Coordenadas adimensionales.

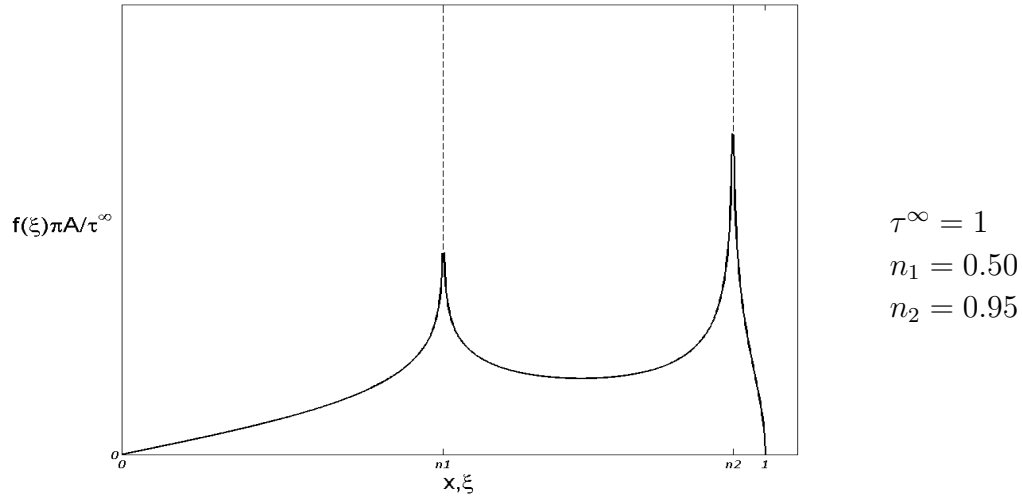
Por otra parte, de la condición de existencia de una distribución de dislocaciones acotada en ambos extremos, se obtiene la tensión en la barrera necesaria para mantener el equilibrio [10, 11, 14], la cual se muestra a continuación en la ecuación (2.3).

$$\sigma_3 = \frac{1}{\cos^{-1} n_2} \left[(\sigma_2 - \sigma_1) \sin^{-1} n_1 - \sigma_2 \sin^{-1} n_2 + \frac{\pi}{2} \tau^\infty \right] \quad (2.3)$$

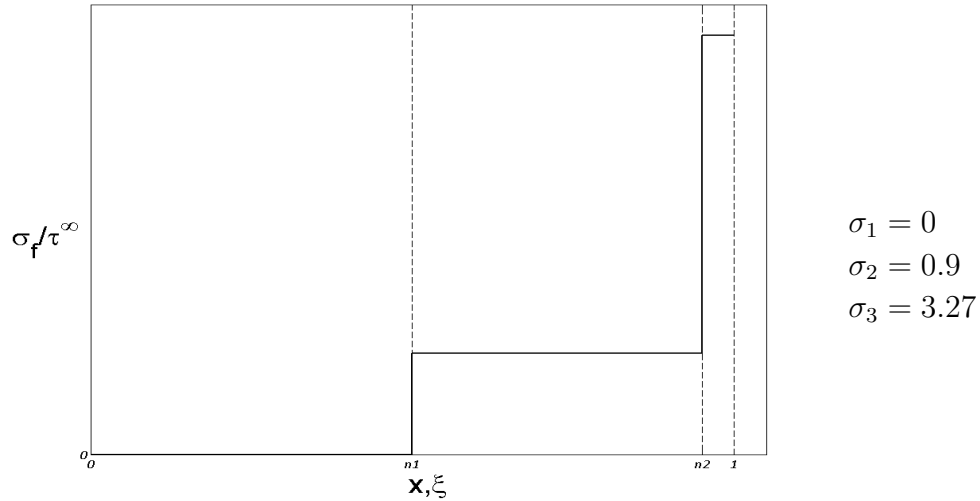
En la figura 2.3a se muestra un ejemplo de la distribución de dislocaciones teórica obtenida mediante la ecuación (2.2) para los siguientes valores de las variables, escogidos arbitrariamente: $n_1 = 0.50$, $n_2 = 0.95$, $\sigma_1 = 0$, $\sigma_2 = 0.9$ y $\tau^\infty = 1$. A partir de la ecuación (2.3) se obtiene $\sigma_3 = 3.27$ MPa.

En dicha figura se observa la presencia de singularidades que son del tipo logarítmicas [10, 17, 18] en los cambios de zona (grieta-zona plástica y zona plástica-barrera) y que la distribución de dislocaciones toma valor 0 en ambos extremos, ya que no hay desplazamiento plástico más allá de la barrera. Por su parte, en la figura 2.3b, y a modo comparativo, se muestra la tensión σ_f en cada una de las zonas. Se puede observar que la posición de los saltos en la tensión coincide con la de las singularidades en la función de

distribución de dislocaciones. En ambos casos, se muestra sólo la mitad de las funciones ($x, \xi \in [0, 1]$), utilizando la condición de simetría del problema. Cabe destacar que la función de distribución de dislocaciones obtenida es antisimétrica.



(a) Distribución de dislocaciones para un caso arbitrario.



(b) Tensión que se opone al movimiento de las dislocaciones.

Figura 2.3: Ejemplo de distribución de dislocaciones y tensiones de fricción utilizando las ecuaciones (2.2) y (2.3).

Volviendo sobre la expresión (2.3), en ella se relaciona directamente la tensión en la barrera (σ_3) con la tensión aplicada a la pieza (τ^∞). Por otro lado, a medida que la grieta avanza, tanto n_1 como n_2 tienden al valor 1, aumentando así el valor de σ_3 . Se puede demostrar [10, 11] que el máximo de la tensión en la barrera se consigue cuando la grieta alcanza la barrera misma, eliminando la zona plástica ($n_1 = n_2 = n = (iD/2) / (iD/2 + r_0)$).

Despreciando la tensión de fricción en la zona de la grieta ($\sigma_1 = 0$), el máximo en la tensión en la barrera tiene la siguiente expresión:

$$\sigma_3 = \frac{1}{\cos^{-1}(n)} \frac{\pi}{2} \tau^\infty \quad (2.4)$$

Para que la grieta pueda propagarse al siguiente grano, el máximo alcanzado en la barrera tiene que ser lo suficientemente alto para poder activar un plano de deslizamiento en el grano vecino. Dicha condición se puede expresar, para una grieta que ocupa i granos, mediante la siguiente ecuación:

$$\sigma_3^i = \tau_c^i m_i^* \quad (2.5)$$

Donde σ_3^i es la tensión en la barrera correspondiente al grano “ i -ésimo”, τ_c^i es la tensión necesaria para activar un plano de deslizamiento en el grano vecino y m_i^* es un factor de orientación cristalográfica entre granos contiguos. Igualando las ecuaciones (2.4) y (2.5) se obtiene:

$$\tau_c^i m_i^* = \frac{1}{\cos^{-1}(n)} \frac{\pi}{2} \tau^\infty \quad (2.6)$$

Por lo tanto, la tensión externa mínima necesaria para que la grieta supere el grano “ i -ésimo”, (τ_{Li}^∞), es:

$$\tau_{Li}^\infty = \frac{2 \cos^{-1}(n)}{\pi} \tau_c^i m_i^* \quad (2.7)$$

Es sencillo demostrar [10, 11] que el máximo en esta tensión se dará para el primer grano, por lo que el límite a fatiga del material sin concentradores de tensiones estará dado por la tensión necesaria para superar la primera barrera:

$$\tau_{L1}^\infty = \tau_{FL} \quad (2.8)$$

Partiendo de esta base, se puede demostrar que la relación entre la tensión necesaria para atravesar la primera barrera (el límite a fatiga del material,

τ_{Li}) y las sucesivas barreras es la siguiente [10, 11, 14]:

$$\frac{\tau_{Li}^{\infty}}{\tau_{L1}^{\infty}} = \frac{m_i^*}{m_1^*} \frac{1}{\sqrt{i}} \quad (2.9)$$

Esta ecuación provee una representación microestructural del diagrama de Kitagawa-Takahashi.

Si se realiza el razonamiento inverso, mediante el diagrama de Kitagawa-Takahashi del material estudiado, se puede obtener el término de la derecha de la ecuación (2.9) [19]. De esta manera se puede obtener la tensión necesaria para pasar cada una de las barreras a partir del límite a fatiga y el correspondiente diagrama del material analizado.

En caso de no conocerse el diagrama de Kitagawa-Takahashi del material, se puede utilizar la siguiente aproximación propuesta por Vallellano et al. [20].

$$\frac{\sigma_{Li}^{\infty}}{\sigma_{FL}^{\infty}} = \frac{\sqrt{a_0}}{\left[(iD/2)^f + (a_0)^f - (D/2)^f \right]^{1/2f}} \quad (2.10)$$

Siendo a_0 la distancia de El-Haddad [51] ($a_0 = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\sigma_{FL}}{K_{th}} \right)^2$) y f un exponente que permite ajustar la forma de la unión entre las dos asíntotas del diagrama. Se ha comprobado [20] que un valor intermedio razonable para una gran variedad de materiales es $f = 2,5$.

Por último, cabe destacar que el modelo de Navarro y De los Ríos consigue representar correctamente los patrones intermitentes de deceleraciones y aceleraciones sucesivas en el crecimiento de microgrietas [10, 11]. Dicho ritmo de crecimiento no puede ser representado con los modelos de cálculo a fatiga clásicos.

2.2 Modelo NR aplicado a placas entalladas

Como se vio en la sección anterior, un aporte muy importante del modelo NR es que recoge correctamente la representación del diagrama de Kitagawa del material analizado. Esto tiene una destacada relevancia para especímenes planos sin concentradores de tensiones, implicando que el límite a fatiga es la tensión necesaria para sobrepasar la primera barrera, como se ha mencionado en la sección anterior. Es decir, una vez que la grieta se propaga más allá del primer grano, nada la detendrá, siempre y cuando se mantengan las

condiciones de carga externa.

Sin embargo, esto no siempre es así en componentes entallados, donde el campo de tensiones tiene un gradiente. En este caso, a medida que la grieta avanza, sale del campo de influencia de la entalla y comienza a ver reducida la tensión en la punta. Así pues, por un lado la tensión en la barrera aumenta grano a grano, debido a la propagación de la grieta, mientras que por otro disminuye, debido a la disminución de la tensión sobre la grieta a medida que se aleja de la entalla. Esta relación de compromiso entre ambas variables puede implicar que la tensión necesaria para superar la primera barrera no siempre sea superior a la necesaria para superar todas las demás. De esta manera, el límite a fatiga del material estará dado por la tensión mínima necesaria para superar *todas* las sucesivas barreras.

El cambio en la ecuación de equilibrio de dislocaciones radica, por un lado, en la compleja elaboración del *Núcleo* para el caso de cada geometría y modo de carga en particular y, por otro, en la dependencia de la tensión en la línea de grieta debido a la carga externa con la distancia al borde de la entalla. Dicha tensión deja de ser constante y pasa a tener un gradiente.

La figura 2.4 muestra el ejemplo de una placa infinita con una entalla circular, sometida a una carga axial σ^∞ . En ella se observa, además, el crecimiento simétrico de dos grietas de longitud a , la zona plástica asociada a cada una de ellas y las barreras microestructurales. Cabe destacar la presencia de las variables no adimensionales \hat{x} y $\hat{\xi}$, imprescindibles en este caso debido a la dependencia de la tensión en la línea de grieta con la distancia a la entalla. De este modo, la ecuación integral de equilibrio de las tensiones sobre las dislocaciones a lo largo de una de las líneas de grieta, teniendo en cuenta la presencia de la otra grieta creciendo de forma simétrica, se puede expresar de la siguiente manera [14]:

$$A \int_R^{R+c} f(\hat{\xi}) K(\hat{x}, \hat{\xi}) d\xi + (\sigma(\hat{x}) - \sigma_f) = 0 \quad (2.11)$$

Donde $K(\hat{x}, \hat{\xi})$ es el *Núcleo* del sistema, el cual depende de la geometría y tiene en cuenta la simetría del problema, considerando la interacción de una dislocación situada en “ \hat{x} ”, para este caso, con vector de Burgers en la dirección \hat{y} , con otra situada en “ $\hat{\xi}$ ” y en “ $-\hat{\xi}$ ”, también con vectores de Burgers orientados según el eje \hat{y} . Por su parte, $\sigma(\hat{x})$ es la tensión elástica sobre la línea de grieta, debido exclusivamente a la interacción entre la entalla y a la carga externa, es decir, sin considerar la presencia de la grieta.

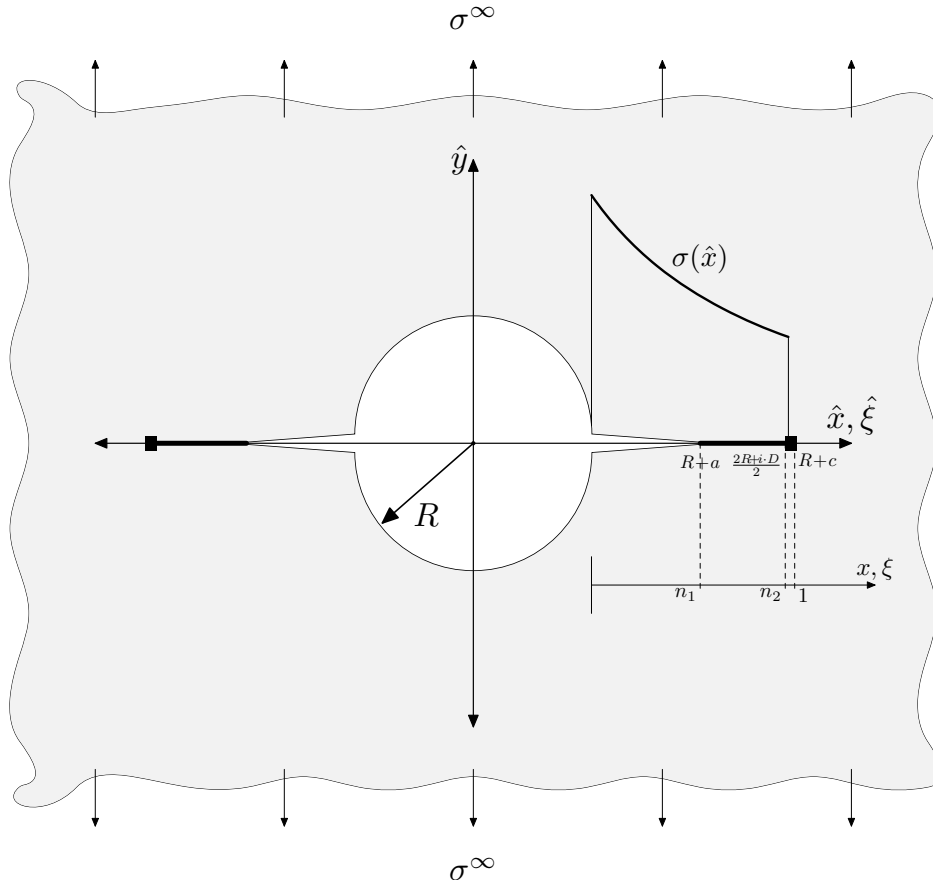


Figura 2.4: Placa infinita con agujero cilíndrico pasante, sometida a tracción uniaxial

2.3 Resolución numérica del modelo NR

Como se mostró en las secciones anteriores, la pieza fundamental del modelo NR es el cálculo correcto de la tensión máxima en las sucesivas barreras, a medida que la grieta avanza. Dicho valor se puede obtener del balance de tensiones sobre las dislocaciones, que para el caso de un espécimen plano infinito sin concentradores de tensión sometido a un esfuerzo monoaxial se reduce a la ecuación 2.1, en la página 36, y para casos más generales, se modifica tanto el *Núcleo* como la tensión externa aplicada a lo largo de la dirección de grieta.

Cuando se trata de un espécimen plano infinito sin concentración de tensiones, como ya se ha mencionado, es posible calcular la solución exacta. Sin embargo, en aquellos casos de geometrías más complejas, con concentradores

de tensiones, el *Núcleo* de la ecuación deja de ser sencillo y la resolución analítica se hace imposible. Es en este punto donde la resolución numérica de dicha ecuación es la única forma de calcular las tensiones en la barrera. Sumado a la complejidad propia de la resolución numérica de una ecuación integral, en la sección 2.1 se mostró que la función de distribución de dislocaciones, incógnita en el problema, tiene singularidades logarítmicas que se corresponden con los cambios abruptos en la tensión de fricción que impide el movimiento de las dislocaciones [10, 17, 18]. Esto implica descartar de antemano todos aquellos métodos de resolución que son para funciones acotadas en el intervalo de integración.

Con el fin de poder obtener dicha tensión en los casos donde la resolución analítica no es posible y donde, a priori, no se pueden utilizar métodos convencionales de resolución numérica de ecuaciones integrales, Chaves et al. [13] desarrollaron un método basado en el propuesto por Erdogan, Gupta y Cook, adaptándolo para casos donde la función incógnita no está acotada en el intervalo de integración.

Los métodos propuestos por Erdogan et al. [25], en los años setenta, se aplican en aquellos casos donde la función incógnita no tiene singularidades en el interior del intervalo de integración, pero si puede tenerlas en los extremos. De esta manera, los autores distinguen tres casos: uno donde la función en ambos extremos del intervalo tiende a infinito (caso *no acotado-no acotado*), otro donde en uno de ellos lo hace (*no acotado-acotado* y viceversa) y, lógicamente, un tercero donde la función no tiene singularidades en ningún punto (caso *acotado-acotado*).

Sabiendo que la función incógnita para el modelo NR, $f(\xi)$, no cumple el requisito de ser acotada en el interior del intervalo, Chaves [13] propone dividir el intervalo de integración en la posición exacta de la singularidad. De esta manera, para el caso sencillo de una grieta creciendo en un medio infinito, como el visto en la figura 2.5, donde ésta alcanza la barrera, eliminándose la zona plástica, el intervalo de integración queda dividido en tres *subintervalos*:

- Acotado-No acotado para la barrera izquierda
- No acotado-No acotado para la grieta
- No acotado-Acotado para la barrera derecha

La figura 2.6 muestra como serían dichos intervalos de integración, para un ejemplo arbitrario con $n_1 = n_2 = n = 0.75$ y $\sigma_y^\infty = 1$. En línea punteada

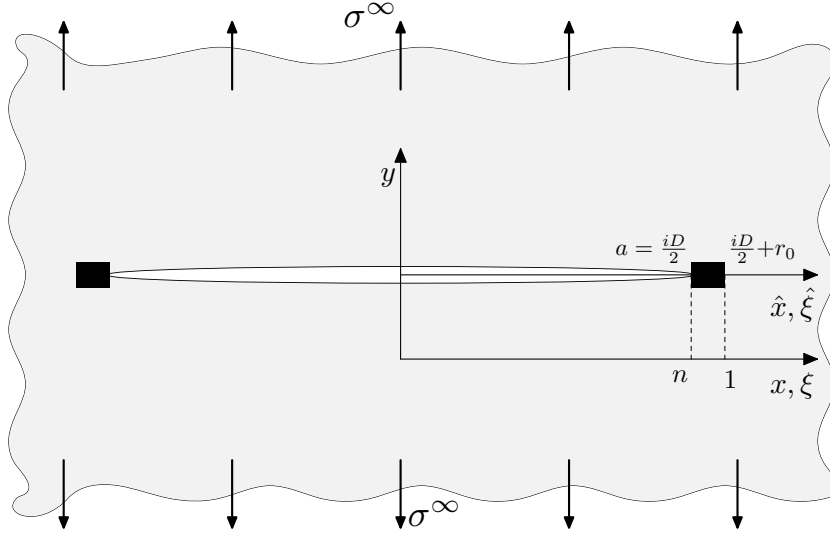


Figura 2.5: Placa infinita con grieta sometida a una carga de tracción uniaxial.

se observan los intervalos donde la función es *Acotada - No Acotada* o *No Acotada - Acotada*, mientras que en el intervalo con línea continua se observa a la función *No Acotada* en ambos extremos.

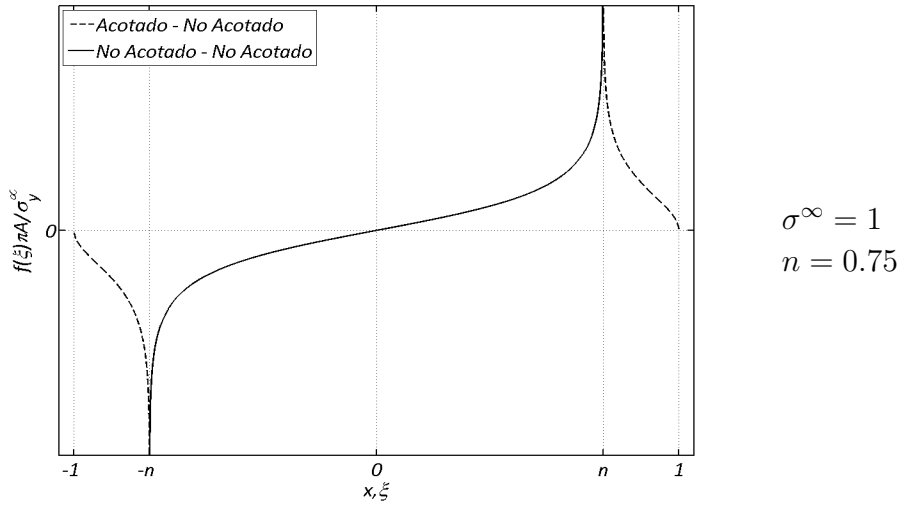


Figura 2.6: Ejemplo de los intervalos de integración utilizados por Chaves et al [13] para la resolución del modelo NR.

El método propuesto por Erdogan et al. [25] consiste en obtener un sistema de ecuaciones lineales, teniendo como base la utilización de polinomios de

Jacobi, de manera análoga al método de integración de *cuadraturas de Gauss*. Mediante propiedades de dichos polinomios y trabajando algebráicamente con expansiones en fracciones simples, los autores proponen distintos sistemas de ecuaciones para cada caso. A continuación se muestran los sistemas de ecuaciones para cada uno de los tres. El detalle de la deducción se puede encontrar en [13, 25].

Sea la siguiente ecuación integral:

$$S(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{f(\xi)}{\xi - x} d\xi \quad (2.12)$$

La función $f(\xi)$ se puede descomponer en el producto de dos funciones, una acotada dentro del intervalo de integración y otra función de peso que reproduce el comportamiento en los extremos. Entonces, la ecuación integral resulta:

$$S(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 \frac{g(\xi)w(\xi)}{\xi - x} d\xi \quad (2.13)$$

Siendo la función $g(\xi)$ acotada en el intervalo $(-1; 1)$ la incógnita, $w(\xi) = (1 - \xi)^\alpha(1 + \xi)^\beta$ la función de peso de los polinomios de *Jacobi* y $S(x)$ una función conocida.

Si la función $g(\xi)$ está acotada en ambos extremos, la integral puede transformarse en un sistema de ecuaciones lineales como el mostrado a continuación:

$$S(x_k) = 2 \sum_{i=1}^N \frac{1 - \xi_i^2}{(N + 1)(\xi_i - x_k)} g(\xi_i) \quad (2.14)$$

donde se obtiene una ecuación por cada punto de colocación, x_k , siendo estos las $N + 1$ raíces del polinomio de Chebyshev de primer orden (T_{N+1}). Cada una de estas $N + 1$ ecuaciones tiene N incógnitas, las cuales son la función $g(\xi)$ evaluada en los puntos de integración, ξ_i , los que se obtienen como las N raíces del polinomio de Chebyshev de segundo orden (U_N).

$$\text{Siendo } \begin{cases} x_k = \cos \left(\frac{\pi(2k - 1)}{2(N + 1)} \right) & k = 1, \dots, N + 1 \\ \xi_i = \cos \frac{\pi \cdot i}{N + 1} & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

La resolución del sistema de ecuaciones permite obtener N valores discretos de la función $g(\xi)$, en los puntos ξ_i . Utilizando un valor de N suficientemente

alto, se obtiene una aproximación razonable de la función $g(\xi)$.

Por otra parte, al existir un punto de colocación x_k más que puntos de integración ξ_i , se obtiene un sistema con $N + 1$ ecuaciones y N incógnitas, como se mencionó previamente. Para este caso, los autores recomiendan descartar una ecuación cualquiera [25]. Sin embargo, como se mostrará posteriormente, en el caso particular de la resolución del modelo NR, esta ecuación sobrante se utiliza para calcular la tensión en la barrera, la cual es una incógnita extra. Análogamente, si la función $g(\xi)$ está acotada en sólo uno de los extremos, el sistema de ecuaciones derivado es:

$$S(x_k) = 2 \sum_{i=1}^N \frac{2(1 - \xi_i)}{(2N + 1)(\xi_i - x_k)} g(\xi_i) \quad (2.15)$$

$$\text{Siendo } \begin{cases} x_k = \cos \left(\frac{\pi(2k - 1)}{2N + 1} \right) & k = 1, \dots, N \\ \xi_i = \cos \frac{\pi \cdot 2i}{2N + 1} & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

En este caso, el sistema contiene igual número de ecuaciones que de incógnitas.

Por último, para el caso en que la función incógnita, $g(\xi)$, tiende a infinito en ambos extremos del intervalo, el sistema de ecuaciones es el siguiente:

$$S(x_k) = 2 \sum_{i=1}^N \frac{1}{N(\xi_i - x_k)} g(\xi_i) \quad (2.16)$$

$$\text{Siendo } \begin{cases} x_k = \cos \left(\frac{\pi \cdot k}{N} \right) & k = 1, \dots, N - 1 \\ \xi_i = \cos \frac{\pi(2i - 1)}{2N} & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

Siguiendo la misma lógica que en los casos anteriores, se deduce que el sistema contará con $N - 1$ ecuaciones para N incógnitas.

Para la resolución del caso concreto del modelo NR, como ya se mencionó anteriormente, se utilizan dos intervalos del tipo *acotado-no acotado*, los cuales proporcionan igual número de incógnitas que de ecuaciones, y un intervalo *no acotado-no acotado*, el cual tiene una incógnita más que ecuaciones. Si cada intervalo tiene N puntos de integración, habrá $3N$ incógnitas y $3N - 1$

ecuaciones. Por otro lado, la tensión en la barrera se desconoce y es una incógnita más. De este modo, son $3N + 1$ incógnitas y solamente $3N - 1$ ecuaciones.

Para salvar esta indeterminación del sistema, Chaves propone, basándose en los trabajos de Hills para factores de intensidad de tensiones [26], imponer una condición de continuidad de la pendiente del desplazamiento plástico en los dos intervalos. Dicha condición equivale a que la función de distribución de dislocaciones $f(\xi)$ tenga el mismo valor a ambos lados de las uniones de intervalos, es decir, a ambos lados de la singularidad [13].

Así, se obtienen dos ecuaciones más, una por cada singularidad, dejando el sistema con igual cantidad de ecuaciones que de incógnitas.

Los resultados conseguidos por el Chaves et al. [13, 14, 21], utilizando esta técnica de integración, son muy precisos para distintos tipos de carga y geometrías. Sin embargo, para casos particulares, el sistema puede quedar mal condicionado y provocar errores numéricos. Sumado a ello, la utilización de las ecuaciones de continuidad de la pendiente del deslizamiento plástico implica introducir conceptos ajenos al modelo NR.

Estas inquietudes han derivado en la necesidad de buscar alternativas al método propuesto por Chaves et al. al menos para los casos específicos donde los errores numéricos dejan de ser despreciables.

2.4 Métodos alternativos de resolución numérica

Algunos autores proponen [17, 18] la validez de la utilización de cuadraturas de Gauss para la resolución numérica de ecuaciones integrales, cuando la función conocida presenta discontinuidades, o lo que es equivalente, la función incógnita presenta singularidades logarítmicas.

En el presente trabajo se evaluaron distintos métodos de resolución de ecuaciones integrales, más allá del visto en la sección 2.3, que a priori, no tienen garantizada la convergencia a la solución debido a la presencia de la singularidad logarítmica. La motivación para probar estos métodos radica en que el área debajo de una curva con una singularidad de este tipo, existe y está acotada. En ese caso, el tratamiento numérico para estas integrales impropias está ampliamente documentado y se puede encontrar en prácticamente cualquier libro de análisis numérico. Se busca entonces adaptar algunos de estos métodos de integración a la resolución de una ecuación integral.

2.4.1 Método basado en Newton-Cotes

El primer método de resolución se buscó lo más sencillo posible, como manera de comprobar la influencia de la singularidad en el resultado obtenido. El mismo se basó en un método de integración de Newton-Cotes, comúnmente llamado regla del punto medio, el cual aproxima el área encerrada debajo de una curva como la suma de las áreas de rectángulos de igual base, cuya altura es igual a la función en el punto medio del intervalo. La siguiente ecuación refleja este razonamiento, el cual se puede ver gráficamente en la figura 2.7.

$$\int_a^b f(x)dx \approx \sum_1^N h f\left(\frac{\xi_i}{2}\right) \quad (2.17)$$

Donde $h = (b-a)/N$ es el ancho de cada intervalo, los “ $N+1$ ” $x_i = a+h(i-1)$ son los extremos de cada uno de los N intervalos y los $\xi_i = (x_{i+1} + x_i)/2$ son los puntos medios del intervalo, donde se evalúa la función.

Para adaptar este método al de una ecuación integral, se toman los “ $N+1$ ” extremos de los intervalos (x_i) como puntos de colocación y los “ N ” puntos intermedios (ξ_i), como los puntos de integración en donde la función es una incógnita.

Aplicación a un caso particular

Se presenta el caso de un sólido plano infinito, sin concentradores de tensiones, en el cual crece una grieta de longitud “ $2a$ ”, sometido a una tensión externa de tracción “ σ^∞ ”. Como en la práctica siempre se buscará el máximo en la tensión de la barrera, se presenta el caso para el cual la grieta ha alcanzado la posición misma del borde de grano, es decir, no existe zona plástica. La figura 2.5, en la página 45 muestra un esquema del problema estudiado. La ecuación de equilibrio de dislocaciones para este caso particular es la ecuación 2.1, en la página 36.

Como se mencionó anteriormente, para este caso particular la solución analítica existe, por lo que se utilizará para comparar con los resultados numéricos.

La ecuación integral se transforma en $N+1$ ecuaciones del tipo:

$$\sum_{i=1}^N h \frac{f(\xi_i)}{x_k - \xi_i} = -\frac{\sigma^\infty - \sigma_f(x_k)}{A} \quad (2.18)$$

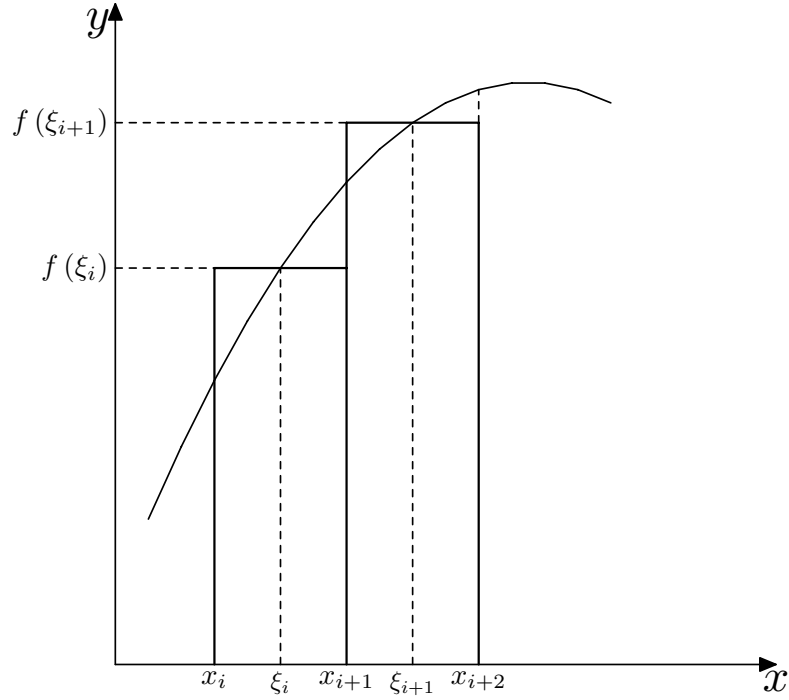


Figura 2.7: Esquema del método de integración Newton-Cotes.

$$\text{Siendo } \sigma_f = \begin{cases} 0 & \text{si } |x_k| < n \\ \sigma_3 & \text{si } |x_k| > n \end{cases}$$

$$\xi_i = \frac{x_{k+1} + x_k}{2} \quad i = 1, \dots, N \quad x_k = -1 + \frac{2 \cdot (k - 1)}{N} \quad k = 1, \dots, N + 1$$

Dicho sistema de ecuaciones presenta una ecuación por cada punto de colocación, x_i ($N + 1$ ecuaciones), mientras que la función evaluada en los N puntos de integración, $f(\xi_i)$, y la tensión en la barrera, σ_3 , son las $N + 1$ incógnitas del sistema.

La figura 2.8 muestra la comparación entre la función de distribución obtenida numéricamente y la teórica, calculada mediante la ecuación 2.2, para un valor de $n = 0.75$ elegido arbitrariamente, y una tensión externa aplicada unidad $\sigma^\infty = 1$.

La tensión en la barrera obtenida de forma teórica mediante la ecuación 2.4, σ_{3Teo} , es:

$$\sigma_{3Teo} = 2.173407904$$

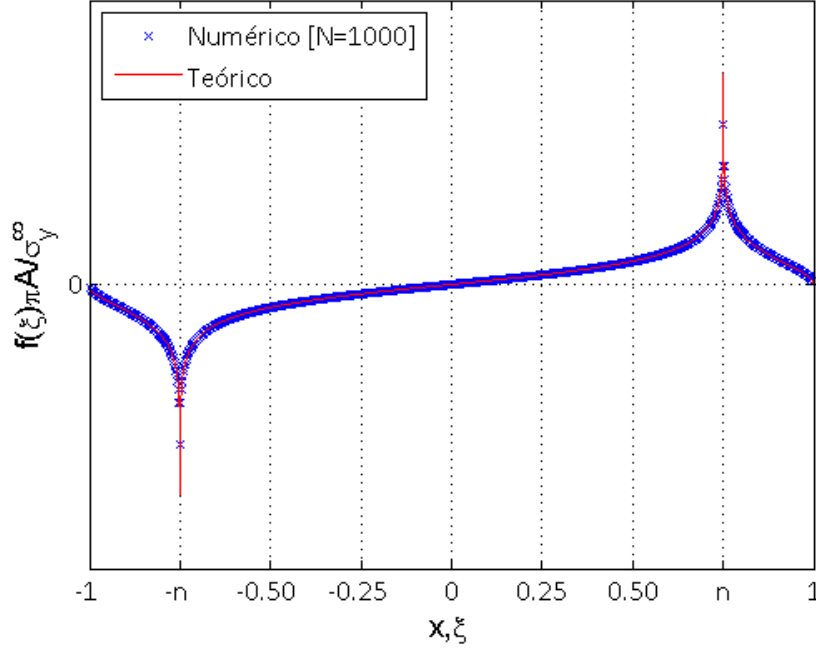


Figura 2.8: Comparación entre la función de distribución de dislocaciones obtenida mediante un método basado en Newton-Cotes y la teórica obtenida mediante la ecuación 2.2.

Por su parte, la tabla 2.1 muestra los resultados obtenidos y el error porcentual, calculado según la ecuación 2.19, de cada uno de ellos, para distintas cantidades de ecuaciones utilizadas (N).

$$Error \% = \frac{|Valor Teorico - Valor Numerico|}{Valor Teorico} \cdot 100 \quad (2.19)$$

La figura 2.9 muestra un gráfico en escala doble logarítmica donde se aprecia la tendencia del error en relación al número de ecuaciones N . Como era de esperarse por la naturaleza del método de resolución, dicho gráfico muestra una tendencia lineal.

Si bien, pese a la presencia de la singularidad logarítmica, queda comprobada la convergencia del método hacia la solución real, la relación entre el tiempo de ejecución y el error porcentual no es buena. A esto se suma el hecho de haber obviado el núcleo singular de Cauchy de la ecuación integral y, por último, el sistema tiene una clara tendencia a quedar mal condicionado,

Tabla 2.1: Valores de σ_3 obtenidos y error porcentual. Método de Newton-Cotes

N	$\sigma_{3Num}/\sigma^\infty$	Error Porcentual (%)
10	1.859203677	14.4568
100	2.15642895	0.7812
1000	2.176251164	0.1308
5000	2.173976281	0.0262
10000	2.173692075	0.0131
15000	2.173597348	0.0087
20000	2.173549985	0.0065
25000	2.173521568	0.0052
30000	2.173502624	0.0044
35000	2.173489092	0.0037

complicando en algunos casos más complejos su resolución. Sin embargo, este método sencillo comprueba la propuesta inicial de utilizar métodos para funciones acotadas pese a la presencia de la singularidad.

2.4.2 Método propuesto por Erdogan, Gupta y Cook

Con la misma lógica relacionada a la influencia de la singularidad, empleada antes de realizar el método basado en Newton-Cotes, se decidió probar otro método de resolución, esta vez basado en cuadraturas de Gauss. Dicho método es el propuesto por Erdogan, Gupta y Cook, visto en la sección 2.3, para un sólo intervalo de integración donde la función es acotada en ambos extremos.

Aplicación a un caso particular

Se aplicó este método de resolución al caso presentado en la sección 2.4.1. La ecuación integral utilizada es, nuevamente, la ecuación 2.1 y el sistema de ecuaciones que deriva luego de aplicar la ecuación 2.14 de la página 46 es el siguiente:

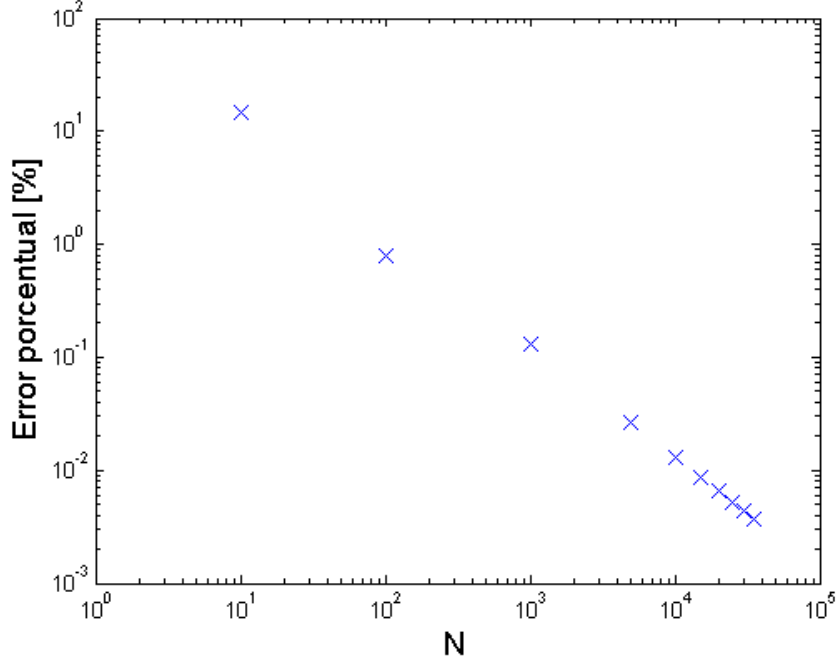


Figura 2.9: Error relativo del método basado en Newton-Cotes en función de N .

$$-\frac{\sigma^\infty - \sigma_f(x_k)}{\pi \cdot A} = \sum_{i=1}^N \frac{1 - \xi_i^2}{(N+1)(\xi_i - x_k)} f(\xi_i) \quad k = 1, \dots, N+1 \quad (2.20)$$

Los x_k y los ξ_i son las raíces de los polinomios de Chebyshev de primero y segundo orden, cuyo cálculo se vio en la sección 2.3. Por su parte, σ_f toma valor σ_3 , incógnita del problema, cuando el punto de colocación pertenece a la barrera ($|x_k| > n$) y se anula para todos los demás casos.

La figura 2.10 muestra la distribución de dislocaciones calculada de forma numérica para $N = 1000$ junto con la teórica.

La tabla 2.2 muestra la tensión σ_3 y el error porcentual asociado, calculado según la fórmula 2.19, mientras que la figura 2.11 muestra el error porcentual en función del número de ecuaciones en un gráfico con escala lineal-logarítmica.

Al contrario del método anterior, el error no siempre disminuye con el aumento del número de ecuaciones. Esta particularidad hace muy difícil la elección de N para trabajos futuros, donde se desconocerá el valor exacto de

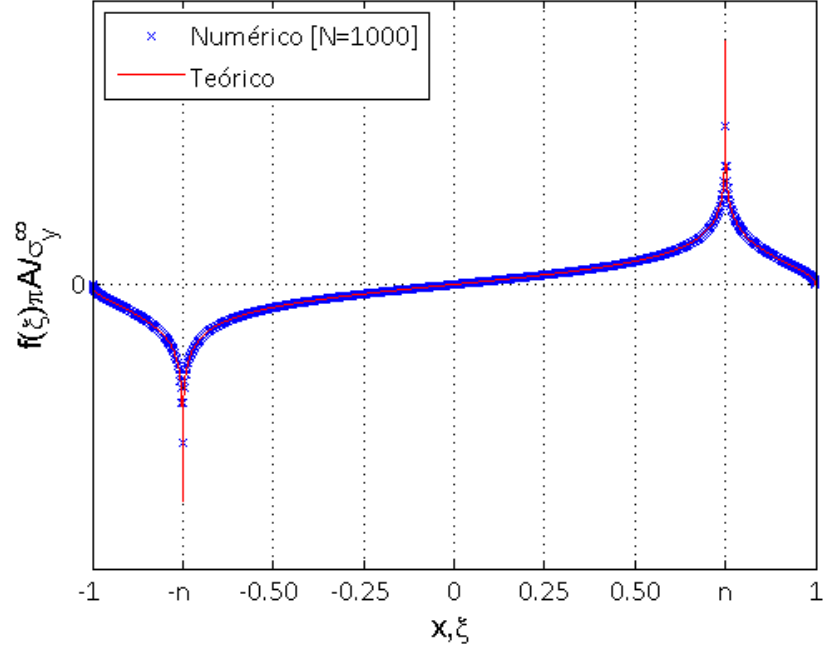


Figura 2.10: Comparación entre la función de distribución de dislocaciones obtenida mediante el método de Erdogan, Gupta y Cook y la teórica.

Tabla 2.2: Valores de σ_3 obtenidos y error porcentual. Método de Erdogan et al.

N	$\sigma_{3Num}/\sigma^\infty$	Error Porcentual %	N	$\sigma_{3Num}/\sigma^\infty$	Error Porcentual %
5	3	38.0321	17500	2.173497268	0.0041
10	1.833	15.6471	20000	2.173549228	0.0065
100	2.195652174	1.0235	22500	2.173589645	0.0084
1000	2.176086957	0.1233	25000	2.173244089	0.0075
2500	2.174782609	0.0633	27500	2.173304884	0.0047
5000	2.174347826	0.0432	30000	2.173355549	0.0024
7500	2.172943221	0.0214	32500	2.173398422	0.0004
10000	2.173185571	0.0102	35000	2.173435171	0.0013
12500	2.173331015	0.0035	37500	2.173467022	0.0027
15000	2.173427992	0.0009			

la tensión en la barrera, no garantizando que un aumento en el número de ecuaciones lleve a un resultado más preciso.

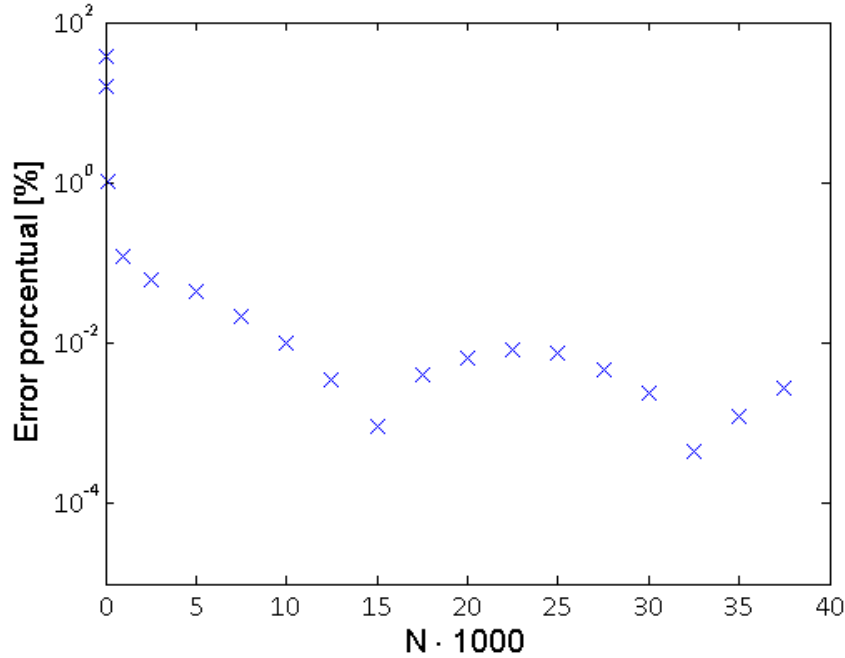


Figura 2.11: Error relativo del método de Erdogan, Gupta y Cook en función de N .

Con el fin de solucionar este problema y sabiendo que la presencia de la singularidad podría ser responsable de este comportamiento anómalo, se calculó la distancia del punto de integración (donde se calcula la función) más cercano a la posición de la singularidad para cada N y se la comparó con el error relativo correspondiente.

La figura 2.12 muestra al error porcentual en el cálculo de la tensión en la barrera, en función de la distancia adimensional mínima entre la singularidad y el punto de integración más cercano a ella. Se observa una dependencia prácticamente lineal entre las variables, siendo menor el error porcentual cometido cuando menor es la distancia entre la singularidad y algún punto de integración.

Esto resulta lógico, ya que la tensión en la barrera depende del área encerrada por la función de distribución de dislocaciones, y este método obvia totalmente la presencia de la singularidad. Por otra parte, el área encerrada debajo de una singularidad logarítmica tiende a cero para intervalos de integración también tendientes a cero. Por ello, cuanto más cerca se coloquen los puntos de integración de la singularidad, menor será el área afectada que

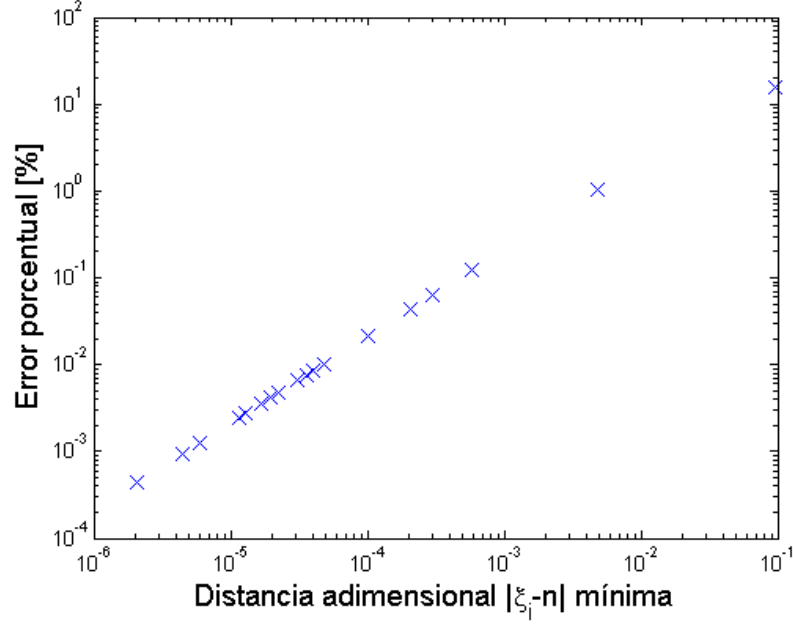


Figura 2.12: Error porcentual en función de la distancia adimensional mínima entre un punto de integración y la singularidad.

no se toma en cuenta y por tanto, mayor la precisión del método.

Siguiendo esta lógica, se calculó el número de ecuaciones que garantiza la mínima distancia de un punto de integración a la singularidad, es decir, se buscó el siguiente mínimo para distintos N en un intervalo $N \in [2, 1000]$:

$$\min ||\xi_i| - n|$$

El valor de N encontrado es $N = 751$.

La figura 2.13 muestra el error relativo de todos los valores antes calculados junto con este nuevo valor, para $N = 751$, en un gráfico de escala doble logarítmica.

Se observa claramente que el error conseguido es menor que en cualquiera de los casos anteriores, los cuales incluyen valores de N prácticamente dos órdenes de magnitud mayores que el utilizado.

Finalmente, se optó por este método para la resolución numérica del modelo NR, para todos los casos, quedando pendiente como trabajo a futuro, la comprobación teórica de la convergencia del método propuesto por Erdogan, Gupta y Cook o la obtención de un nuevo método, para casos en los que la

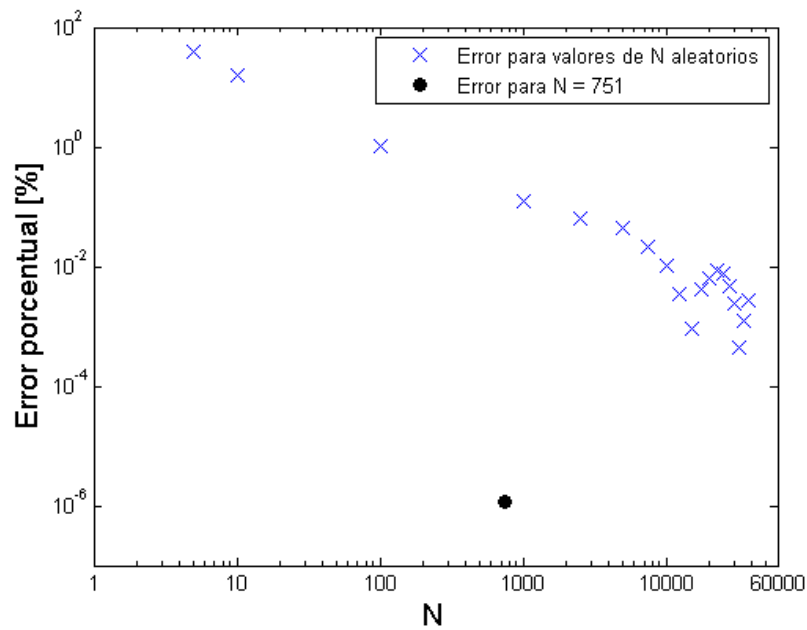


Figura 2.13: Comparación entre el error relativo del método de Erdogan, Gupta y Cook para distintos N y para $N = 751$.

función incógnita presenta una singularidad logarítmica.

Capítulo 3

Modelo NR biaxial

3.1 Modelo NR para cargas biaxiales proporcionales

Para ampliar el model NR al caso de una tensión biaxial proporcional sobre una placa infinita, hace falta modelar la apertura de la grieta tanto en dirección perpendicular a su plano como en su propio plano. Es decir, la apertura debido a la tensión normal y al esfuerzo cortante. Para conocer que distribuciones de dislocaciones es necesario considerar en este caso, se utiliza la fórmula de Peach-Koehler [57]. Dicha fórmula permite conocer la fuerza F que resulta al aplicar un estado tensional σ a una dislocación con una dirección definida por el vector $\vec{s} = (s_x, s_y, s_z)$ y con vector de *Burgers* $\vec{b} = (b_x, b_y, b_z)$.

$$F = -s \times \sigma b$$

Si el estado tensional solo tiene componentes en el plano de la placa, por ejemplo el xy (σ_{xx} , σ_{yy} , τ_{xy}), la fuerza resultante tiene las siguientes componentes:

$$\begin{aligned} F_x &= s_z (\sigma_{yy} b_y + \tau_{xy} b_x) \\ F_y &= -s_z (\sigma_{xx} b_x + \tau_{xy} b_y) \\ F_z &= -s_x (\sigma_{xx} b_x + \tau_{xy} b_y) + s_y (\sigma_{yy} b_y + \tau_{xy} b_x) \end{aligned}$$

Descartando la componente F_z por estar fuera del plano de la placa, se observa que las únicas dislocaciones que interactúan con el campo tensional

son aquellas que están sobre una línea perpendicular a la placa (s_z) y con vectores de *Burgers* perpendiculares (b_x, b_y) a dicha línea de dislocación. Por lo tanto, estos dos tipos de dislocaciones son las que se deben tener en cuenta en la condición de equilibrio.

Lógicamente, en la condición de activación de planos de deslizamiento en el grano vecino al “*i-ésimo*” grano, ahora se debe encontrar la contribución de las dos distribuciones de dislocaciones, con vectores de *Burgers* paralelos, b_x , y perpendiculares, b_y , a la dirección de la grieta, $f^x(\xi)$ y $f^y(\xi)$ respectivamente. También es lógico pensar que la tensión en la barrera tendrá ahora una componente debida a la distribución de dislocaciones con vector de *Burgers* en la dirección paralela a la de la grieta (τ_3), y otra debida a aquellas con vector de *Burgers* en la dirección perpendicular (σ_3).

Además, por tratarse de un caso de carga biaxial, en el cual la combinación de estados de carga en el plano puede ser cualquiera, no existe a priori una dirección de grieta preferencial. Esto implica la necesidad de trabajar en el plano, evaluando distintas direcciones de propagación de la grieta (θ_1). La figura 3.1 muestra un esquema del modelo aplicado a una grieta con el sistema de coordenadas general (orientado en función de la carga de tracción) y el sistema local, con origen en el punto de iniciación de la grieta. Se trata de un medio infinito, sin concentradores de tensiones, sometido a una carga biaxial, representada como la combinación de dos tensiones genéricas, σ^∞ y τ^∞ [13, 22, 23].

Debido a la presencia de ambas distribuciones de dislocaciones y al trabajar en un plano, se deben considerar las tensiones de tracción y de corte sobre la línea de grieta, $\sigma(x)$ y $\tau(x)$, dentro del balance de tensiones. De esta manera, ambas ecuaciones integrales en coordenadas adimensionales resultan [13, 21, 22, 23]:

$$\begin{aligned} A \int_{-1}^1 f^y(\xi) K_y(x, \xi) d\xi + (\sigma(x) - \sigma_f) &= 0 \\ A \int_{-1}^1 f^x(\xi) K_x(x, \xi) d\xi + (\tau(x) - \tau_f) &= 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Ambas ecuaciones están desacopladas, por lo que se puede entender al sistema como la suma de dos sistemas monoaxiales, cada uno con el *Núcleo* correspondiente.

De manera análoga al caso uniaxial, se obtiene una condición de superación

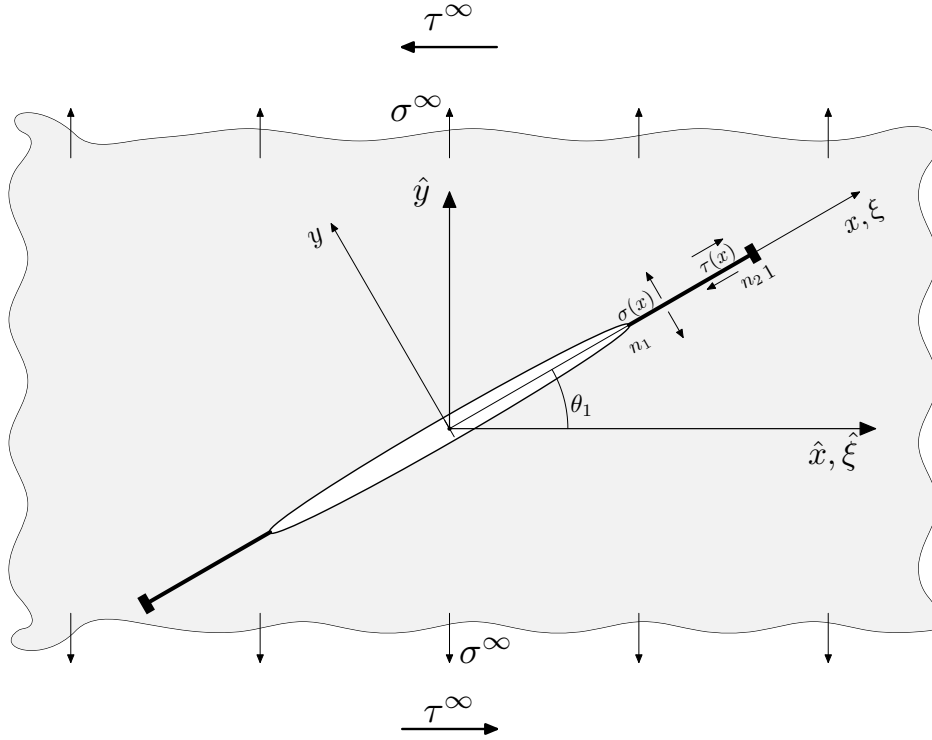


Figura 3.1: Placa con grieta sometida a esfuerzos biaxiales

de la barrera i -ésima, con la diferencia de poseer la contribución de ambas tensiones [22, 23]:

$$\frac{\sigma_3^i}{m_{\sigma i}^*} + \frac{\tau_3^i}{m_{\tau i}^*} = \tau_c \quad (3.2)$$

Ahora la tensión crítica necesaria para activar bandas de deslizamiento en el grano vecino τ_c se consigue con la suma de la tensión normal en la barrera σ_3^i multiplicada por el factor de proyección sobre el grano siguiente $m_{\sigma i}^*$ y la tensión tangencial τ_3^i , también multiplicada por su factor de proyección $m_{\tau i}^*$. Reordenando la condición de activación 3.2, se obtiene:

$$\frac{\sigma_3^i}{m_{\sigma i}^* \tau_c} + \frac{\tau_3^i}{m_{\tau i}^* \tau_c} = 1 \quad (3.3)$$

Por su parte, cada una de las constantes de activación de la “ i -ésima” barrera puede relacionarse con la primera a través del diagrama de Kitagawa, como ya fue mencionado en la sección 2.1. Utilizando la relación 2.9 tanto para “ $m_{\sigma i}^* \tau_c / m_{\sigma 1}^* \tau_c$ ”, como para “ $m_{\tau i}^* \tau_c / m_{\tau 1}^* \tau_c$ ” y la aproximación 2.10 en el caso

de no conocer el diagrama de Kitagawa del material estudiado, se obtiene [13, 21]:

$$\begin{aligned} m_{\sigma i}^* \tau_c &= m_{\sigma 1}^* \tau_c \frac{\sqrt{a_0}}{\left[(iD/2)^f + (a_0)^f + (D/2)^f \right]^{1/2f}} \sqrt{i} \\ m_{\tau i}^* \tau_c &= m_{\tau 1}^* \tau_c \frac{\sqrt{a_0}}{\left[(iD/2)^f + (a_0)^f + (D/2)^f \right]^{1/2f}} \sqrt{i} \end{aligned} \quad (3.4)$$

A priori, las constantes de activación para el primer grano son desconocidas. Sin embargo, ya se ha mencionado que el límite de fatiga del material plano sin concentradores de tensiones está relacionado con la superación de la primera barrera. Se puede demostrar [22, 23] que ambas constantes cumplen las siguientes relaciones con los límites de fatiga en tracción σ_{FL} y torsión τ_{FL} :

$$\begin{aligned} m_{\sigma 1}^* \tau_c &= \frac{\pi}{2 \cos^{-1} n_2} \frac{\sigma_{FL}}{2 - \alpha} \\ m_{\tau 1}^* \tau_c &= \frac{\pi}{2 \cos^{-1} n_2} \frac{\sigma_{FL}}{2\sqrt{\alpha - 1}} \end{aligned} \quad (3.5)$$

siendo $\alpha = \sigma_{FL}/\tau_{FL}$.

Una vez resuelto de manera numérica el sistema de ecuaciones, lo que se vio en las secciones 2.3 y 2.4, y calculadas las tensiones en la barrera (σ_3^i y τ_3^i), se procede a calcular la condición de activación (3.2).

Al igual que en el caso uniaxial (ecuación 2.6), se puede demostrar que la tensión en la barrera es linealmente proporcional a la tensión aplicada [24]. Aprovechando esta propiedad, se pueden calcular las tensiones en la barrera para cargas externas comprendidas entre 0 y 1. Por ejemplo, una carga puramente axial quedaría definida como $\sigma^\infty = 1$, $\tau^\infty = 0$. Una vez calculadas ambas tensiones en la barrera, para la combinación de cargas requeridas, se puede calcular el factor $\lambda(\theta_1, i)$, el cual multiplicado por el primer miembro de 3.3 haga cumplir el criterio de activación [21], es decir:

$$\lambda(\theta_1, i) = \frac{1}{\frac{\sigma_3^i}{m_{\sigma i}^* \tau_c} + \frac{\tau_3^i}{m_{\tau i}^* \tau_c}} \quad (3.6)$$

Una vez conocido $\lambda(\theta_1, i)$, las tensiones necesarias para superar la barrera “*i-esima*” (σ_{Li} y τ_{Li}) son:

$$\sigma_{Li} = \lambda(\theta_1, i) \cdot \sigma^\infty \quad (3.7)$$

$$\tau_{Li} = \lambda(\theta_1, i) \cdot \tau^\infty$$

Para conocer el límite de fatiga de la pieza para una relación de cargas dada, se sigue un procedimiento sencillo. Para cada dirección de grieta definida por θ_1 se calcula el factor $\lambda(\theta_1, i)$ necesario para superar todas las i barreras, mediante la ecuación 3.6. Dicho valor, llamado $\Lambda(\theta_1)$, es:

$$\Lambda(\theta_1) = \max \lambda(\theta_1, i) \quad (3.8)$$

De todos los valores $\Lambda(\theta_1)$, uno por cada dirección estudiada, el mínimo se utiliza para conocer el límite a fatiga del material, mediante las ecuaciones 3.7, para esa relación de carga. Es decir, el mínimo valor necesario para hacer propagar una grieta por alguna de las direcciones posibles. Por su parte, la dirección correspondiente al mínimo será aquella por donde propagará la grieta. De esta forma, el modelo proporciona tanto el límite a fatiga como la dirección preferencial de propagación. De ahora en adelante, y por simplicidad, se llamará al factor λ_{FL} límite de fatiga del material, aunque se trate, en realidad, del factor que permite su obtención.

$$\lambda_{FL} = \min \Lambda(\theta_1) \quad (3.9)$$

3.2 Modelo NR biaxial aplicado a placas entalladas

Al aplicar el modelo NR biaxial a una entalla, suceden los mismos inconvenientes que para el caso uniaxial (sección 2.2), sumados a otros inherentes a pasar de trabajar sobre una línea a un plano.

Entre estas complicaciones, la tensión en la línea de grieta debido a la carga externa tiene un gradiente y pasa a depender de la posición con respecto a la entalla, las ecuaciones pasan a estar acopladas, existiendo ahora cuatro *Núcleos*, uno por cada combinación entre las tensiones sobre la línea de grieta ($\sigma(x)$, $\tau(x)$) y las funciones de distribución de dislocaciones ($f(\xi)^x$, $f(\xi)^y$) y, por último, se desconocen tanto la posición del inicio de la grieta alrededor de la entalla, como la dirección de propagación.

La figura 3.2 muestra el ejemplo de una placa infinita con un agujero, sometida

a un estado de carga biaxial, combinación de una carga de tracción σ^∞ y una de corte τ^∞ . La placa posee dos grietas de longitud a creciendo de manera simétrica, desde un punto cualquiera de la entalla, definido por la variable θ , con una dirección arbitraria, definida por la variable θ_1 .

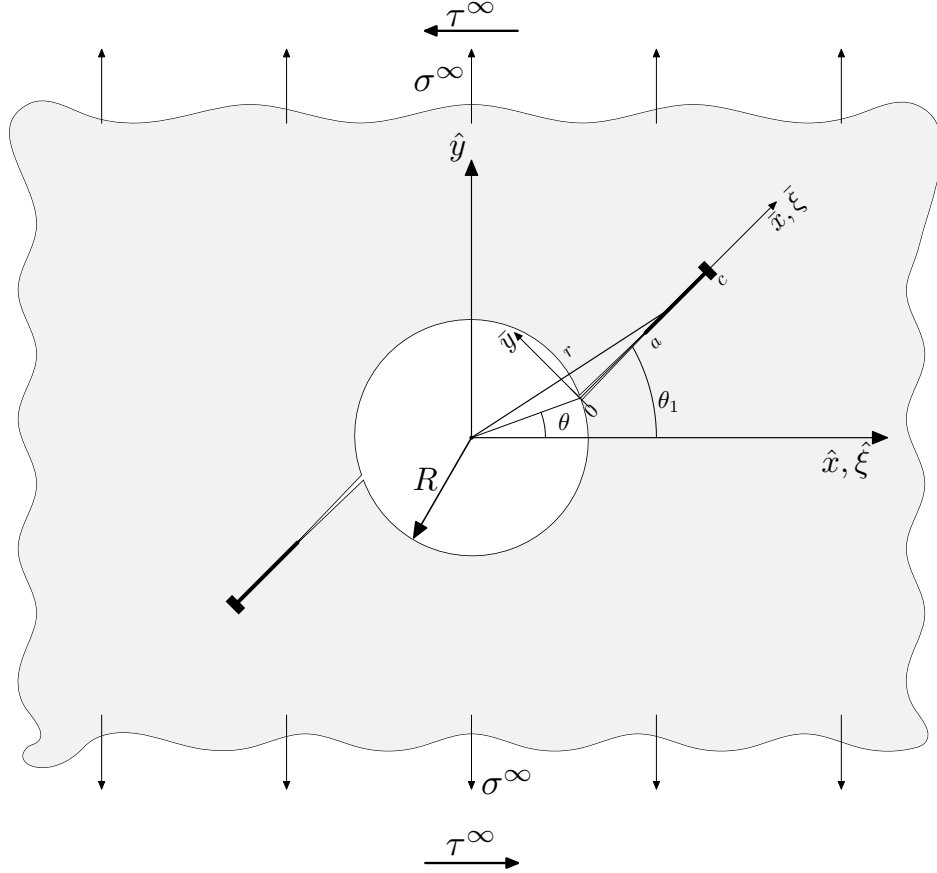


Figura 3.2: Placa entallada sometida a esfuerzos biaxiales.

Por razones de conveniencia en el cálculo, se calculan las tensiones elásticas, debido a las cargas externas, alrededor de la entalla en coordenadas polares y luego se giran a coordenadas cartesianas, x e y , con el origen coincidente con el origen de la grieta. Cada una de las contribuciones de las tensiones externas a lo largo de la grieta (σ y τ) son entonces, funciones de dos ángulos, aquel que forma el punto de inicio de la grieta sobre la entalla, con respecto a la horizontal (θ) y el que forman la dirección de propagación y la horizontal (θ_1). Al mismo tiempo, también son funciones de la distancia a la entalla (r)

y, evidentemente, de la carga aplicada $(\sigma^\infty, \tau^\infty)$.

$$\sigma(\theta, \theta_1, r, \sigma^\infty, \tau^\infty) = \sigma(\bar{x})$$

$$\tau(\theta, \theta_1, r, \sigma^\infty, \tau^\infty) = \tau(\bar{x})$$

Las ecuaciones de equilibrio para el caso general de una grieta creciendo desde una entalla, con la influencia de otra grieta creciendo de manera simétrica, son:

$$-\frac{1}{A} [\sigma(\bar{x}) - \sigma_f] = \int_0^c f^x(\bar{\xi}) K_{x\sigma}(\bar{x}, \bar{\xi}) d\bar{\xi} + \int_0^c f^y(\bar{\xi}) K_{y\sigma}(\bar{x}, \bar{\xi}) d\bar{\xi} \quad (3.10)$$

$$-\frac{1}{A} [\tau(\bar{x}) - \tau_f] = \int_0^c f^x(\bar{\xi}) K_{x\tau}(\bar{x}, \bar{\xi}) d\bar{\xi} + \int_0^c f^y(\bar{\xi}) K_{y\tau}(\bar{x}, \bar{\xi}) d\bar{\xi}$$

Siendo $c = iD/2 + r_0$ la distancia entre el inicio de la grieta hasta el final de la barrera.

En este caso, para encontrar el límite de fatiga se debe analizar para cada punto de iniciación θ alrededor de la entalla, todas las rectas de propagación posibles θ_1 . En cada una de ellas se encuentra una barrera cuya tensión para sobrepasarla será máxima, utilizando la ecuación 3.6. Se busca entonces, el siguiente valor:

$$\Lambda(\theta, \theta_1) = \max \lambda(\theta, \theta_1, i) \quad (3.11)$$

Del conjunto de todas las tensiones máximas para sobrepasar las barreras, una por cada punto de iniciación y dirección de propagación, la más baja de ellas es el límite de fatiga del material λ_{FL} .

$$\lambda_{FL} = \min \Lambda(\theta, \theta_1) \quad (3.12)$$

El punto de iniciación y la dirección de propagación correspondientes a esa tensión mínima, serán el lugar preferente donde se inicie la grieta alrededor de la entalla y la dirección de propagación que tomará.

Como puede verse, el presente modelo brinda, además de la tensión máxima que soporta la placa, el punto de iniciación y la dirección de propagación de la grieta, algo que no hacen los modelos enmarcados dentro del cálculo clásico de componentes sometidos a fatiga.

3.3 Ecuaciones del modelo NR para el caso de una placa biaxial con entalla circular

Una vez seleccionado un método eficiente de resolución numérica de ecuaciones integrales, se ha procedido a aplicarlo al modelo Biaxial para placas entalladas. Concretamente, se ha analizado el caso de entallas circulares.

Lógicamente, previo a resolver las ecuaciones inherentes al modelo NR, es necesario conocerlas correctamente. Es decir, evaluar tanto el campo de tensiones elásticas sobre la línea de grieta que existiría en caso de no encontrarse la misma, como la contribución de la interacción entre dislocaciones, es decir, el *Núcleo* del problema. Ambos estudios fueron desarrollados por Chaves et al. [21], pero para facilitar la comprensión de la resolución numérica del modelo biaxial en su totalidad, se explican a continuación.

3.3.1 Tensiones elásticas

Por tratarse del campo de tensiones elásticas alrededor de una entalla circular, se trabaja con coordenadas polares, como se mencionó en la sección 3.2. Por esta razón es necesario establecer las relaciones entre las variables adimensionales a lo largo de la línea de grieta (x, ξ) y las utilizadas para calcular las tensiones elástica (r, θ_0) . La figura 3.3 muestra un esquema completo de todas ellas, mientras que las relaciones analíticas se muestran en las ecuaciones 3.13.

$$\begin{aligned}
 r(x) &= R \cos(\theta - \theta_0(x)) + c \cdot x \cos(\theta_1 - \theta_0(x)) \\
 r(\xi) &= R \cos(\theta - \theta_0(\xi)) + c \cdot \xi \cos(\theta_1 - \theta_0(\xi)) \\
 \theta_0(x) &= \arctan \left(\frac{R \sin(\theta) + c \cdot x \sin(\theta_1)}{R \cos(\theta) + c \cdot x \cos(\theta_1)} \right) \\
 \theta_0(\xi) &= \arctan \left(\frac{R \sin(\theta) + c \cdot \xi \sin(\theta_1)}{R \cos(\theta) + c \cdot \xi \cos(\theta_1)} \right)
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Para calcular el campo de tensiones elásticas generado en las inmediaciones de dicha entalla cuando la placa está sometida a una combinación de esfuerzos axiales y tangenciales, Chaves et al. [21] utiliza el principio de superposición.

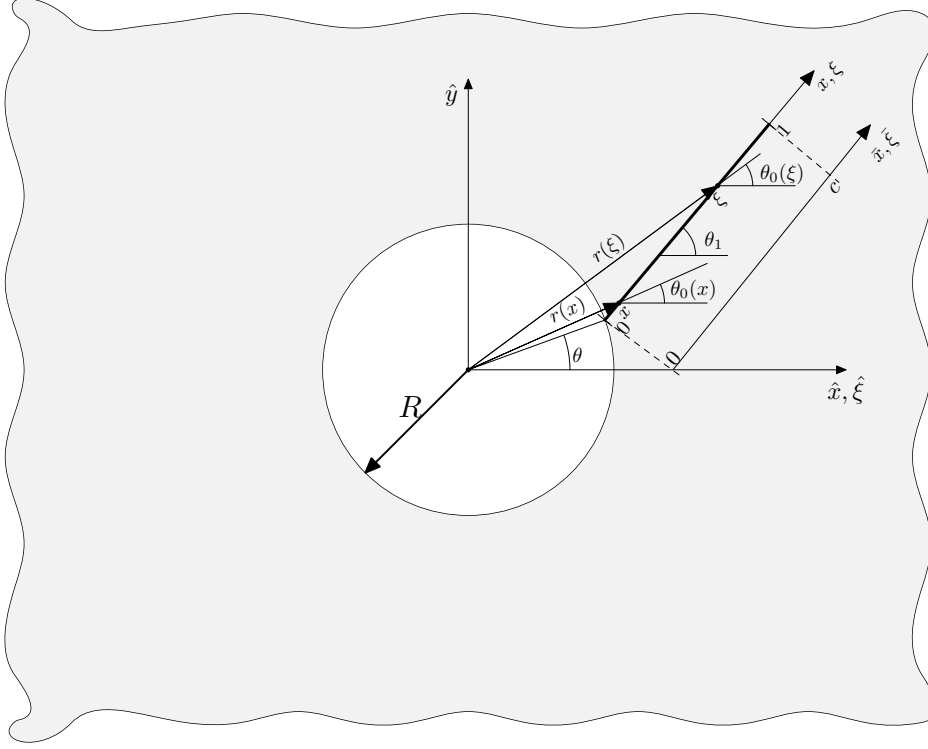


Figura 3.3: Variables utilizadas para resolver el problema elástico a lo largo de la línea de grieta

Esto implica, calcular por un lado el estado de tensiones generado por el esfuerzo a tracción y por otro, el generado por el esfuerzo de corte y sumar ambos estados, como muestra la figura 3.4.

Para el caso de la placa sometida a un estado de carga axial, como la de la figura 3.4a, se pueden utilizar las fórmulas obtenidas por Kirsch [21, 34]. Dichas fórmulas, en coordenadas polares resultan ser:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r(r, \theta) &= \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} - \frac{4R^2}{r^2} \right) \cos(2\theta) \\
 \sigma_\theta(r, \theta) &= \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) \cos(2\theta) \\
 \tau_{r\theta}(r, \theta) &= \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 - \frac{3R^4}{r^4} + \frac{2R^2}{r^2} \right) \sin(2\theta)
 \end{aligned} \tag{3.14}$$

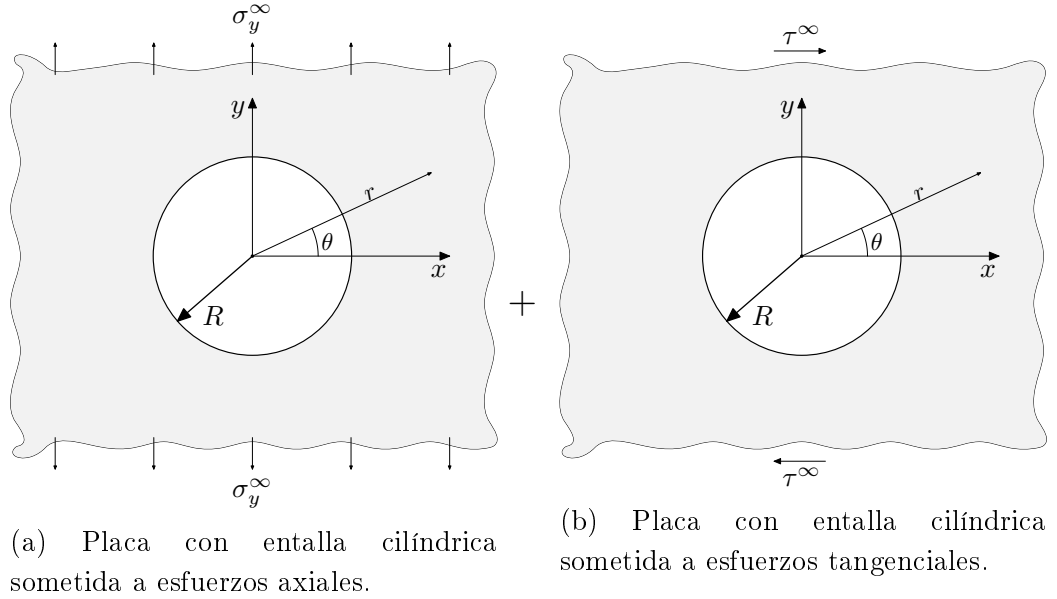


Figura 3.4: Combinación de esfuerzos axiales y tangenciales sobre una placa infinita con una entalla circular.

Para conocer el campo tensional producido por el esfuerzo de corte, simplemente se descompone éste en una tensión de tracción, girada 45° respecto de los ejes originales, y otra de compresión girada -45° . Dicho razonamiento se puede observar en la figura 3.5. Ambos estados se resuelven por separado, utilizando las fórmulas encontradas por Kirsch considerando el cambio de ángulo respecto de los ejes iniciales, para luego sumarse.

Para la carga a tracción, las ecuaciones que resultan para un punto (r, θ) respecto de los ejes originales, son:

$$\begin{aligned}
 \sigma_r(r, \theta) &= \frac{\tau^\infty}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\tau^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} - \frac{4R^2}{r^2} \right) \sin(2\theta) \\
 \sigma_\theta(r, \theta) &= \frac{\tau^\infty}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{\tau^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) \sin(2\theta) \\
 \tau_{r\theta}(r, \theta) &= \frac{-\tau^\infty}{2} \left(1 - \frac{3R^4}{r^4} + \frac{2R^2}{r^2} \right) \cos(2\theta)
 \end{aligned} \tag{3.15}$$

Para la carga de compresión sobre ejes a -45° de los ejes originales, el campo de tensiones se puede describir con las siguientes ecuaciones:

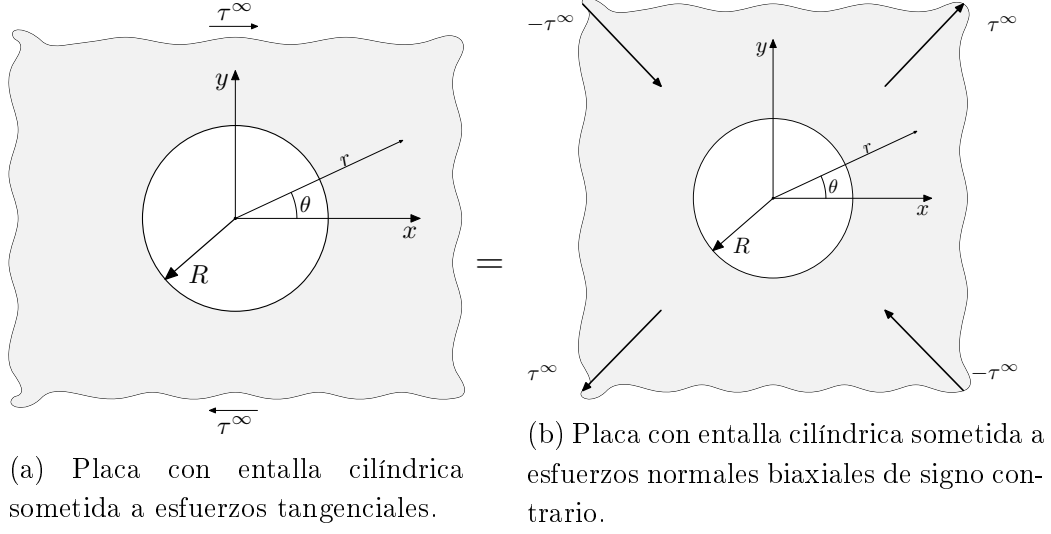


Figura 3.5: Relación entre esfuerzos tangenciales y axiales sobre una placa.

$$\sigma_r(r, \theta) = \frac{-\tau^\infty}{2} \left(1 - \frac{R^2}{r^2} \right) - \frac{\tau^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} - \frac{4R^2}{r^2} \right) \sin(2\theta)$$

$$\sigma_\theta(r, \theta) = \frac{-\tau^\infty}{2} \left(1 + \frac{R^2}{r^2} \right) + \frac{\tau^\infty}{2} \left(1 + \frac{3R^4}{r^4} \right) \sin(2\theta) \quad (3.16)$$

$$\tau_{r\theta}(r, \theta) = \frac{-\tau^\infty}{2} \left(1 - \frac{3R^4}{r^4} + \frac{2R^2}{r^2} \right) \cos(2\theta)$$

Siguiendo con el desarrollo llevado a cabo por Chaves [21], dichos campos se suman y se evalúan en el punto x ($r(x), \theta_0(x)$, figura 3.3).

$$\begin{aligned}
\sigma_r(x) &= \frac{\sigma^\infty}{2} \left[1 - \frac{R^2}{r(x)^2} \right] - \frac{\sigma^\infty}{2} \left[1 + \frac{3R^4}{r(x)^4} - \frac{4R^2}{r(x)^2} \right] \cos(2\theta_0(x)) \\
&\quad - \tau^\infty \left[1 + \frac{3R^4}{r(x)^4} - \frac{4R^2}{r(x)^2} \right] \sin(2\theta_0(x)) \\
\sigma_\theta(x) &= \frac{\sigma^\infty}{2} \left[1 + \frac{R^2}{r(x)^2} \right] + \frac{\sigma^\infty}{2} \left[1 + \frac{3R^4}{r(x)^4} \right] \cos(2\theta_0(x)) \\
&\quad + \tau^\infty \left[1 + \frac{3R^4}{r(x)^4} \right] \sin(2\theta_0(x)) \\
\tau_{r\theta}(x) &= \frac{\sigma^\infty}{2} \left[1 - \frac{3R^4}{r(x)^4} + \frac{2R^2}{r(x)^2} \right] [\sin(2\theta_0(x))] \\
&\quad - \tau \left[1 - \frac{3R^4}{r(x)^4} + \frac{2R^2}{r(x)^2} \right] \cos(2\theta_0(x))
\end{aligned} \tag{3.17}$$

Por último, se rotan un ángulo $(\theta_1 - \theta_0(x))$ para quedar sobre la dirección de la línea de grieta. De esta manera, las nuevas tensiones $\sigma(x)$ y $\tau(x)$ sobre la línea de grieta son:

$$\begin{aligned}
\sigma(x) &= \sigma_r(x) [\sin^2(\theta_1 - \theta_0(x))] + \sigma_\theta(x) [\cos^2(\theta_1 - \theta_0(x))] - \\
&\quad \tau_{r\theta}(x) [\sin(2(\theta_1 - \theta_0(x)))]
\end{aligned} \tag{3.18}$$

$$\begin{aligned}
\tau(x) &= -\sigma_r(x) [\sin(\theta_1 - \theta_0(x)) \cos(\theta_1 - \theta_0(x))] + \\
&\quad \sigma_\theta(x) [\sin(\theta_1 - \theta_0(x)) \cos(\theta_1 - \theta_0(x))] + \\
&\quad \tau_{r\theta}(x) [\cos(2(\theta_1 - \theta_0(x)))]
\end{aligned} \tag{3.19}$$

3.3.2 Tensiones debido al resto de dislocaciones

Ya conocidas las tensiones elásticas sobre la línea de grieta, generadas por interacción entre las tensiones externas (σ^∞ y τ^∞) y la entalla, se deben calcular las tensiones debidas a la interacción entre las dislocaciones, llamadas $\bar{\sigma}(x)$ y $\bar{\tau}(x)$.

Continuando con el razonamiento empleado por Chaves en [21], las tensiones $\bar{\sigma}(x)$ y $\bar{\tau}(x)$ sobre una dislocación genérica situada en un punto $x \in (0, 1)$, producidas por una dislocación con vector de Burgers (b_x, b_y) en los ejes

locales (x, y) , ubicada en una posición genérica $\xi \in (0, 1)$ se expresa de la siguiente manera:

$$\bar{\sigma}(x) = A [b_x K_{x\sigma}(x, \xi) + b_y K_{y\sigma}(x, \xi)] \quad (3.20)$$

$$\bar{\tau}(x) = A [b_x K_{x\tau}(x, \xi) + b_y K_{y\tau}(x, \xi)] \quad (3.21)$$

Donde $K_{x\sigma}(x, \xi)$, $K_{y\sigma}(x, \xi)$, $K_{x\tau}(x, \xi)$, $K_{y\tau}(x, \xi)$ son los *Núcleos* del sistema definidos para un agujero circular, multiplicados por funciones trigonométricas, de manera de obtener las tensiones en la línea de grieta [21]. El desarrollo de cada uno de ellos se puede encontrar en el apéndice A.

3.3.3 Armado de las ecuaciones integrales

Una vez encontradas las tensiones elásticas alrededor de la entalla y aquellas producidas por el resto de las dislocaciones, ambas, en función de variables adimensionales (x, ξ) , se procede a armar las ecuaciones de equilibrio de tensiones, propias del modelo NR. Estas son las vistas en la página 65, ecuaciones 3.10, las cuales para simplificar el entendimiento del método de resolución numérica, se vuelven a escribir a continuación. Ambas tensiones vistas en las secciones previas son funciones de la posición de cada una de las dislocaciones, por lo que en un primer lugar, las integrales deben tener reflejada la influencia de las dimensiones. Dichas ecuaciones son:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{A} [\sigma(x) - \sigma_f] &= \int_0^c f^x(\bar{\xi}) K_{x\sigma}(x, \xi) d\bar{\xi} + \int_0^c f^y(\bar{\xi}) K_{y\sigma}(x, \xi) d\bar{\xi} \\ -\frac{1}{A} [\tau(x) - \sigma_f] &= \int_0^c f^x(\bar{\xi}) K_{x\tau}(x, \xi) d\bar{\xi} + \int_0^c f^y(\bar{\xi}) K_{y\tau}(x, \xi) d\bar{\xi} \end{aligned}$$

Lógicamente, es necesario cambiar la variable de integración y relacionarla con ξ .

$$\begin{aligned} \bar{\xi} &= \xi \cdot c \\ d\bar{\xi} &= d\xi \cdot c \end{aligned}$$

De esta manera, las ecuaciones adimensionales, quedan:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{\pi A \cdot c} [\sigma(x) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 f^x(\xi) K_{x\sigma}(x, \xi) d\xi + \\ &\quad \frac{1}{\pi} \int_0^1 f^y(\xi) K_{y\sigma}(x, \xi) d\xi \\ -\frac{1}{\pi A \cdot c} [\tau(x) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_0^1 f^x(\xi) K_{x\tau}(x, \xi) d\xi + \\ &\quad \frac{1}{\pi} \int_0^1 f^y(\xi) K_{y\tau}(x, \xi) d\xi \end{aligned}$$

Por último, y debido a la naturaleza del método de resolución de ecuaciones integrales elegido, se cambian las variables x, ξ , por otras u, v cuyo intervalo de integración sea $[-1; 1]$.

$$\begin{aligned} \xi &= \frac{u+1}{2} & x &= \frac{v+1}{2} \\ d\xi &= \frac{du}{2} \end{aligned}$$

De esta forma, las ecuaciones en el intervalo de integración $[-1; 1]$ resultan:

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\pi A \cdot c} [\sigma(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) K_{x\sigma}(v, u) du + \\ &\quad \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) K_{y\sigma}(v, u) du \\ -\frac{2}{\pi A \cdot c} [\tau(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) K_{x\tau}(v, u) du + \\ &\quad \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) K_{y\tau}(v, u) du \end{aligned} \quad (3.22)$$

Este sistema de ecuaciones integrales se resuelve utilizando la ecuación 2.14, en la sección 2.3, para funciones acotadas en ambos extremos del intervalo de integración.

Es muy importante destacar en este punto que, si bien el desarrollo del trabajo de Erdogan et al. [25] presentado aquí es para ecuaciones integrales con

un *Núcleo* singular de *Cauchy*, los coeficientes que multiplican a la función en los términos de la sumatoria (en el caso *Acotado-Acotado* “ $1 - u_i^2/N + 1$ ”) son también, los coeficientes de las *Cuadraturas de Gauss* para cada una de las funciones de peso correspondientes. Por esto, es posible utilizar este mismo desarrollo para ecuaciones integrales con *Núcleos* que contengan más términos que solamente el término singular de *Cauchy* [25].

El sistema de ecuaciones queda entonces:

$$\begin{aligned}
 -\frac{1}{\pi A \cdot c} [\sigma(v_k) - \sigma_f] &= \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{x\sigma}(v_k, u_i) f^x(u_i) + \\
 &\quad \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{y\sigma}(v_k, u_i) f^y(u_i) \\
 -\frac{1}{\pi A \cdot c} [\tau(v_k) - \tau_f] &= \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{x\tau}(v_k, u_i) f^x(u_i) + \quad (3.23) \\
 &\quad \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{y\tau}(v_k, u_i) f^y(u_i)
 \end{aligned}$$

$$\text{Siendo } \begin{cases} v_k = \cos \left(\frac{\pi(2k-1)}{2(N+1)} \right) & k = 1, \dots, N+1 \\ u_i = \cos \frac{\pi \cdot i}{N+1} & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

El sistema queda conformado por $2N + 2$ incógnitas, $2N$ de ellas son los valores de las funciones en los puntos u_i , en los cuales se evalúan ($f^x(u)$ y $f^y(u)$) y las dos incógnitas restantes son las tensiones en la barrera, σ_3 y τ_3 . A su vez, posee $2N + 2$ ecuaciones, una por cada punto de colocación v_k y por cada tensión analizada. De esta forma, se obtiene un sistema con igual número de ecuaciones que incógnitas.

3.3.4 Adimensionalización con respecto a D

Dada la naturaleza del modelo NR, donde no importa la longitud de la grieta en sí misma, sino su relación con la microestructura y el gradiente de tensiones, es lógico pensar que adimensionalizando las ecuaciones respecto del

tamaño de grano se pueden ahorrar muchos cálculos. Dicha adimensionalización es muy sencilla y se encuentra desarrollada en el apéndice B.

Las variables adimensionales son:

$$\rho = \frac{r_0}{D} \qquad \Psi = \frac{R}{D} \qquad \eta = \frac{c}{D}$$

Las tensiones externas, sobre la línea de grieta se expresan:

$$\begin{aligned} \sigma_{ad}(x) = & \sigma_{rad}(x) [\sin^2(\theta_1 - \theta_0(x))] + \sigma_{\theta ad}(x) [\cos^2(\theta_1 - \theta_0(x))] - \\ & \tau_{r\theta ad}(x) [\sin(2(\theta_1 - \theta_0(x)))] \end{aligned} \quad (3.24)$$

$$\begin{aligned} \tau_{ad}(x) = & -\sigma_{rad}(x) [\sin(\theta_1 - \theta_0(x)) \cos(\theta_1 - \theta_0(x))] + \\ & \sigma_{\theta ad}(x) [\sin(\theta_1 - \theta_0(x)) \cos(\theta_1 - \theta_0(x))] + \\ & \tau_{r\theta ad}(x) [\cos(2(\theta_1 - \theta_0(x)))] \end{aligned} \quad (3.25)$$

Siendo σ_{rad} , $\sigma_{\theta ad}$ y $\tau_{r\theta ad}$ las componentes del tensor de tensiones en coordenadas polares, expresadas en función de la relación entre las variables adimensionales Ψ y $r_{ad}(x)$. Las mismas se encuentran en el apéndice B.

Por último, los cuatro *Núcleos* adimensionales del sistema de ecuaciones resultan:

$$\begin{aligned} K_{x\sigma}(x, \xi) &= 1/D \cdot K_{ad x, \sigma}(x, \xi) & K_{x\tau}(x, \xi) &= 1/D \cdot K_{ad x, \tau}(x, \xi) \\ K_{y\sigma}(x, \xi) &= 1/D \cdot K_{ad y, \sigma}(x, \xi) & K_{y\tau}(x, \xi) &= 1/D \cdot K_{ad y, \tau}(x, \xi) \end{aligned}$$

Las ecuaciones adimensionales quedan:

$$\begin{aligned} -\frac{2}{\pi A \cdot \eta} [\sigma_{ad}(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) K_{ad x\sigma}(v, u) du \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) K_{ad y\sigma}(v, u) du \\ -\frac{2}{\pi A \cdot \eta} [\tau_{ad}(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) K_{ad x\tau}(v, u) du \\ &+ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) K_{ad y\tau}(v, u) du \end{aligned} \quad (3.26)$$

El nuevo sistema de ecuaciones a resolver resulta:

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\pi A \cdot \eta} [\sigma_{ad}(v_k) - \sigma_f] &= \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N+1)} K_{adx\sigma}(v_k, u_i) f^x(u_i) + \\
&\quad \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N+1)} K_{ady\sigma}(v_k, u_i) f^y(u_i) \\
-\frac{1}{\pi A \cdot \eta} [\tau_{ad}(v_k) - \tau_f] &= \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N+1)} K_{adx\tau}(v_k, u_i) f^x(u_i) + \\
&\quad \sum_{i=1}^N \frac{1 - u_i^2}{(N+1)} K_{ady\tau}(v_k, u_i) f^y(u_i)
\end{aligned} \quad (3.27)$$

$$\text{Siendo } \begin{cases} v_k = \cos \left(\frac{\pi(2k-1)}{2(N+1)} \right) & k = 1, \dots, N+1 \\ u_i = \cos \frac{\pi \cdot i}{N+1} & i = 1, \dots, N \end{cases}$$

3.4 Resolución paso a paso

El objetivo de esta sección es, a modo de resumen y para facilitar la implementación del modelo, explicar paso a paso el desarrollo a seguir para conocer el límite a fatiga de una placa con una entalla cilíndrica, sometida a un esfuerzo biaxial.

En un primer paso, se deben fijar constantes, algunas propias del material, otras elegidas por el usuario y dar los intervalos de variación para las variables principales. La tabla 3.1 muestra un resumen de los valores, en algunos casos, recomendados en base a la experiencia.

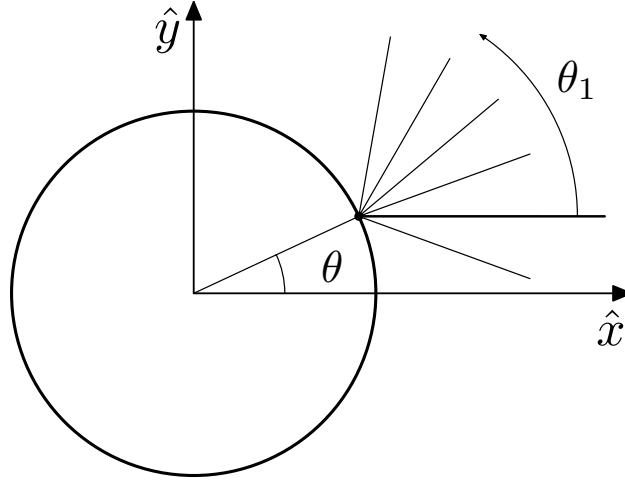
Como se mencionó en la sección 3.2, se debe encontrar el mínimo valor de λ (Ec: 3.12), que permita que la grieta supere todas las barreras, partiendo desde un punto alrededor de la entalla, que forme un ángulo θ con la horizontal, con una dirección θ_1 . Por lo tanto, es necesario evaluar cada combinación de θ y θ_1 posible. La figura 3.6 muestra un esquema de ambas variables. Para cada una de las combinaciones de θ y θ_1 , se evalúan todas las barreras (granos), hasta encontrar el máximo λ (Ec: 3.8) o llegar al grano máximo elegido por el usuario. Entonces los pasos para resolver el modelo, para una relación Ψ cualquiera, empezando por θ y θ_1 cualesquiera, son:

Tabla 3.1: Variables necesarias para la resolución del modelo NR.

Constante	Descripción	Valor
\vec{b}	Vector de Burgers	Cte. del material
ν	Coefficiente de Poisson	Cte. del material
G	Módulo de corte	Cte. del material
Ψ	Relación R/D	A elegir
ρ	Relación r_0/D	$1/30$ ^a
N_{max}	Máximo número de ecuaciones	Recomendable: $N_{max} = 100$
θ	Intervalo de puntos de inicio	$[-90^\circ; +90^\circ]$
$\Delta\theta$	Paso de variación de θ	Recomendable: $\Delta\theta < 2^\circ$
θ_1	Intervalo de direcciones de propagación	$[\theta - 45^\circ; \theta + 45^\circ]$
$\Delta\theta_1$	Paso de variación de θ_1	Recomendable: $\Delta\theta_1 < 2^\circ$
Grano Max	Grano hasta el cual se evalúan las tensiones	Recomendable: 20

^a Se ha demostrado [14] que el límite a fatiga es muy poco sensible a cambios en esta variable para valores de $r_0 < D/10$.

1. Calcular N minimizando la distancia entre un punto de integración y la singularidad
Para la grieta llegando a un borde de grano (tensión máxima en la barrera), se calcula el número de ecuaciones (N) tal que la distancia entre un punto de integración y la posición de la punta de la grieta sea mínima.
2. Calcular los puntos de colocación e integración
Sabido la expresión de v_k y u_i (Ec: 3.27) y el número de ecuaciones, se obtienen todos los puntos de integración y colocación.
3. Preparar la matriz de coeficientes
Armar la matriz de coeficientes, derivados de las ecuaciones 3.27. La misma estará formada por los *núcleos* (Apéndice A) del sistema, multiplicados por los pesos del método de integración. A continuación se

Figura 3.6: Esquema de las variables θ y θ_1 .

observa un esquema de las zonas que la conforman.

$$\begin{array}{c}
 \begin{array}{cc}
 1 : N & N + 1 : 2N
 \end{array} \\
 \begin{array}{c}
 1:N+1 \\
 \hline
 N+2:2N+2
 \end{array}
 \left(\begin{array}{cc|cc}
 \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{x\sigma}(v_k, u_i) & \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{x\tau}(v_k, u_i) & \sigma_3 & \tau_3 \\
 \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{x\tau}(v_k, u_i) & \frac{1 - u_i^2}{(N + 1)} K_{y\tau}(v_k, u_i) & 0 & 0 \\
 \dots & \dots & 0 & 0 \\
 1 & 0 & \dots & \dots \\
 1 & 0 & 0 & 1 \\
 0 & 1 & 0 & 1
 \end{array} \right)
 \end{array}$$

4. Armar el vector de términos independientes

Armar el vector de términos independientes, el cual estará formado por las tensiones que habría sobre la línea de grieta (sección 3.3.1), si ésta no estuviera, multiplicado por las constantes del material. Como se mencionó anteriormente, realizar los cálculos con tensiones externas unidad los simplifica.

5. Resolver el sistema de ecuaciones

Conseguidos el vector de términos independientes y la matriz de coeficientes, se resuelve un sistema de ecuaciones lineales, prestando especial atención en las incógnitas σ_3 y τ_3 .

6. Calcular λ

Mediante la ecuación 3.6, calcular el factor λ , el cual coincide con las tensiones que se deberían aplicar para superar la barrera.

7. Buscar el máximo λ (Λ)

Repetir los pasos 1 a 6 para todas las barreras, hasta que el valor de λ encontrado sea máximo. Dicho valor será la tensión a aplicar para hacer propagar la grieta por esa dirección θ_1 , partiendo del punto de inicio θ , hasta el fallo del componente.

8. Buscar el mínimo λ entre todas las combinaciones de θ y θ_1

Repetir los pasos 1 a 7 para cada combinación de θ y θ_1 , hasta encontrar el mínimo valor de λ , el cual será λ_{FL} . Dicho valor será el límite a fatiga de la placa entallada. La dirección y el punto de inicio correspondientes al mínimo, serán por las que propague la grieta.

3.4.1 Optimización de los cálculos

Como se puede deducir de lo visto en el desarrollo del proceso “*paso a paso*”, obtener el límite a fatiga de una placa entallada sometida a cargas biaxiales puede llevar mucho tiempo computacional. En caso de seguir las recomendaciones sobre las direcciones a analizar y los granos hasta encontrar el máximo, el proceso de armado de las matrices de coeficientes y posterior resolución del sistema debe repetirse 164.710 ($181 \times 91 \times 10$) veces. Esto último conduce a la necesidad de optimizar el proceso, tanto desde el punto de vista de la programación como desde el del análisis matemático de las ecuaciones. Así pues, en esta sección se describen algunas características matemáticas que reducen mucho el tiempo de cálculo.

Resulta casi intuitivo notar que la mayor parte del tiempo de cálculo se emplea en el armado de la matriz de coeficientes, por lo que los esfuerzos para reducir el tiempo de resolución se deben localizar en ella.

Como ya se dijo en la sección previa, dicha matriz está formada por los núcleos del sistema (Apéndice A), los cuales cuantifican la interacción entre dislocaciones sin tener en cuenta las cargas externas aplicadas. De esto se puede concluir, que lo que define a la matriz es la posición relativa entre dislocaciones y no la posición alrededor de la entalla. Es decir que la matriz depende exclusivamente del tamaño de la grieta, o lo que es lo mismo, del

grano en el que se encuentra la barrera (i) y del ángulo que forma la dirección de propagación respecto del punto de inicio, la diferencia $\theta - \theta_1$. La imagen 3.7 muestra dos posibles grietas (a y b), del mismo tamaño propagando por dos direcciones distintas, que tienen la misma matriz de coeficientes, al cumplir que la diferencia $\theta - \theta_1$ es igual.

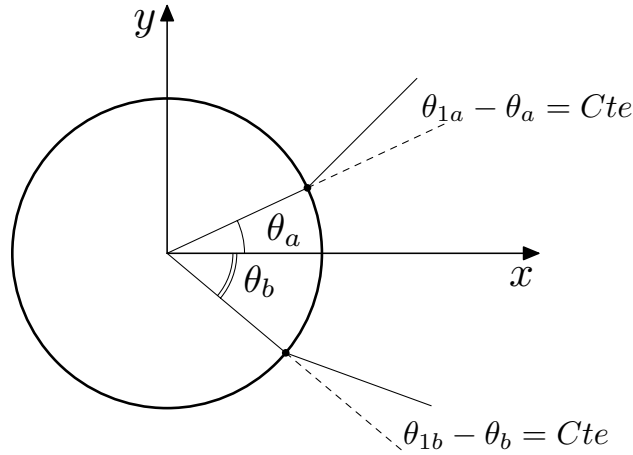


Figura 3.7: Esquema de dos grietas a y b que tienen la misma matriz de coeficientes.

Gracias a esta característica, las matrices de coeficientes se pueden calcular para un punto de inicio (θ) con todas sus direcciones (θ_1) y granos (i) correspondientes y reutilizarlas para todos los demás puntos de inicio. De esta manera, el sistema se resuelve 164.710 veces, pero la matriz se calcula sólo 910 veces. Además, siendo que lo único que cambia es el vector de coeficientes independientes (las tensiones externas) y las incógnitas buscadas son siempre las mismas (σ_3 y τ_3), se puede elegir un método de resolución más eficiente para este caso, como es la regla de Cramer.

Por otro lado, desde el punto de vista del fenómeno de fatiga, es lógico pensar que la grieta se iniciará en una región donde las tensiones sean mayores. Por lo tanto, parece lógico reducir la zona de búsqueda de 180° a sólo 45° , partiendo desde el ángulo de tensión principal máxima y finalizando en aquel de corte máximo.

Con estos pequeños cambios, se puede conseguir una predicción con el modelo NR, para una relación R/D dada, en unos pocos minutos.

Capítulo 4

Diseño de la geometría para ensayos experimentales

En los capítulos anteriores se mencionó que el modelo NR en sus orígenes, y luego en sus extensiones (caso entallado, cargas biaxiales, etc.), está formulado para placas infinitas. Como es lógico pensar, a la hora de realizar un ensayo esta condición es imposible de lograr. Sin embargo, tomando ciertas precauciones, se puede conseguir un campo tensional, en una probeta real, que se asemeje lo suficiente al de una placa infinita, de modo que las soluciones para la placa infinita sean aplicables al caso real.

En el presente trabajo, se busca contrastar con datos experimentales los resultados predichos por el modelo NR para cargas biaxiales proporcionales para una placa infinita con una entalla circular. Debido a la dificultad experimental de generar estados biaxiales sobre una placa, se propone trabajar con probetas de sección circular, tanto huecas como macizas, con entallas cilíndricas.

El objetivo de este capítulo es, entonces, analizar el campo tensional elástico que se produce sobre distintos modelos de probetas con entalla circular, cuando éstas están sometidas a un esfuerzo remoto biaxial. A su vez, se analiza la similitud de dicho campo en las inmediaciones de la entalla, con el que se produciría en las cercanías de un agujero circular pasante, en una placa infinita sometida a las mismas tensiones remotas. De esta manera, se obtendrán pautas para el diseño de la probeta cilíndrica que garanticen un campo tensional lo más parecido posible al de una placa infinita.

Si bien, a la hora de comparar dos campos tensionales todas las características son importantes (las tensiones máximas, los gradientes, etc.), por sim-

plicidad, en una primera aproximación se analiza únicamente el factor de concentración de tensiones, k_t , a tracción, el cual se define en la ecuación 4.1, y cómo se ve afectado por distintos cambios en la geometría, como son el diámetro de la probeta en su sección mínima d_s , el diámetro de la entalla d_n y la profundidad de la misma h_n . Posteriormente, una vez elegido un primer diseño basado en k_t , se hará un estudio más profundo sobre las geometrías, evaluando los campos de tensiones generados por otros tipos de carga (torsión y biaxial), los gradientes de tensiones provocados y los efectos de posibles imperfecciones en el mecanizado.

$$k_t = \frac{\sigma_I}{\sigma_0} \quad (4.1)$$

siendo σ_I la tensión principal máxima del espécimen con la entalla y σ_0 la tensión principal que habría sobre el mismo espécimen si no existiera tal entalla.

Al ensayar probetas cilíndricas, se trata realmente de un problema en tres dimensiones, por lo que en primer lugar es necesario conocer la influencia del espesor sobre el campo tensional de una placa infinita en las otras dos direcciones. Aunque este tema está ampliamente documentado en la literatura [27, 28, 29, 32], los resultados obtenidos ayudarán a dar el siguiente paso en el análisis, el cual es medir la influencia del radio de curvatura de una probeta cilíndrica en el k_t provocado por la entalla. Esta última cuestión no se encuentra tan estudiada por la comunidad científica, (por ejemplo [35]), siendo la mayoría de los casos disponibles en la literatura, tubos sometidos a presión [30, 31].

Para realizar los cálculos, se utilizó la técnica de los Elementos Finitos, mediante el *Software* comercial Ansys. Se trabajó con elementos *Solid 187* y distintos tamaños de malla, asegurando en cada estudio la convergencia hacia un valor.

4.1 Análisis de tensiones elásticas en placas con agujero

Al estudiar placas entalladas donde el espesor deja de ser despreciable frente al radio del agujero, el primer efecto importante es que el máximo en la

tensión deja de ocurrir sobre el plano medio para trasladarse hacia las inmediaciones de la superficie de la placa. Otro de los efectos es que k_t pasa a ser función de la relación entre el diámetro de la entalla (d_n) y el espesor de la placa (t_s) y es superior al factor de concentración de tensiones correspondiente a una placa en estado de tensión plana [27, 28, 29, 32]. Por último, cabe mencionar que para ciertas relaciones d_n/t_s , el máximo en tensión no ocurre en la misma ubicación que el máximo en deformación, cosa que si sucede para en un estado de tensión plana [29].

Con la finalidad de realizar los cálculos para comprobar la influencia del espesor en k_t , se tomaron placas con dimensiones de largo y ancho de más de dos órdenes de magnitud superiores al diámetro máximo de la entalla y distintos espesores. La figura 4.1 muestra un esquema de una placa entallada con las variables analizadas. En ella se observa el espesor de la placa t_s , el diámetro de la entalla d_n y la profundidad de la misma h_n . Cabe destacar que muchas probetas se simularon con agujeros ciegos, lo que conlleva un pequeño inconveniente numérico ya que si el radio de acuerdo entre la base y la pared del agujero es 0, las tensiones son infinitas. Para solucionarlo, simplemente se utilizó un radio de acuerdo del 15% del radio de la entalla. Este valor fue escogido en base a la experiencia, y con la tranquilidad de que variar su tamaño tiene un efecto prácticamente nulo, siempre y cuando se utilice una malla acorde. Esto sucede así dado que el máximo en tensiones para agujeros ciegos se encuentra (como se verá luego) cercano a la superficie externa de la probeta.

La figura 4.2a muestra un gráfico de k_t en función de la relación entre h_n/t_s , mientras que la figura 4.2b muestra la dependencia de k_t con la relación h_n/d_n . En ambos casos se trata de los mismos puntos, todos ellos calculados para una placa de espesor $t_s = 6.25$ mm.

En la figura 4.2b se observa que para agujeros muy poco profundos, es decir, con baja relación entre h_n/d_n , el factor de concentración de tensiones k_t es cercano a 2. Por otra parte, para valores de h_n/d_n superiores a aproximadamente 2,5, el valor alcanzado es prácticamente el mismo que para agujeros pasantes. En la figura 4.2a se muestra que los valores de k_t son monótonos crecientes y que para una misma profundidad de entalla, a menor diámetro, mayor k_t , lo que concuerda con [28, 32].

Por último, los resultados reflejan que para agujeros pasantes, el menor diámetro produce un efecto de placa gruesa, mientras que para diámetros del orden del espesor se produce un efecto de placa fina. Esto se ve reflejado

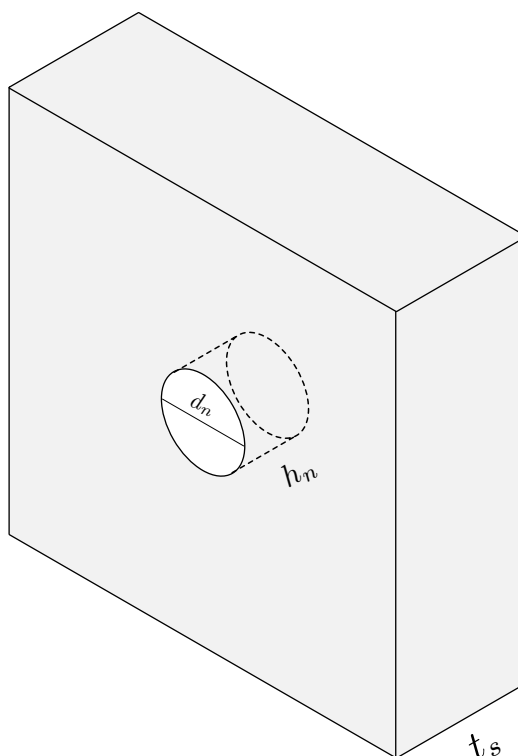
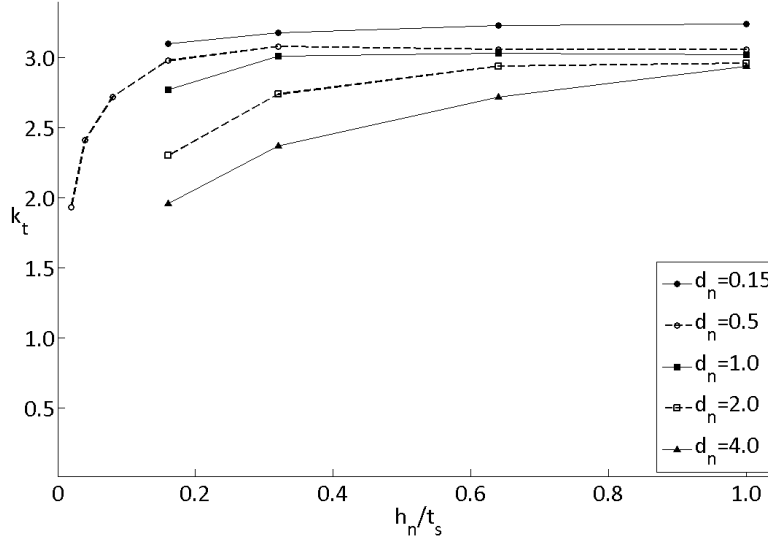


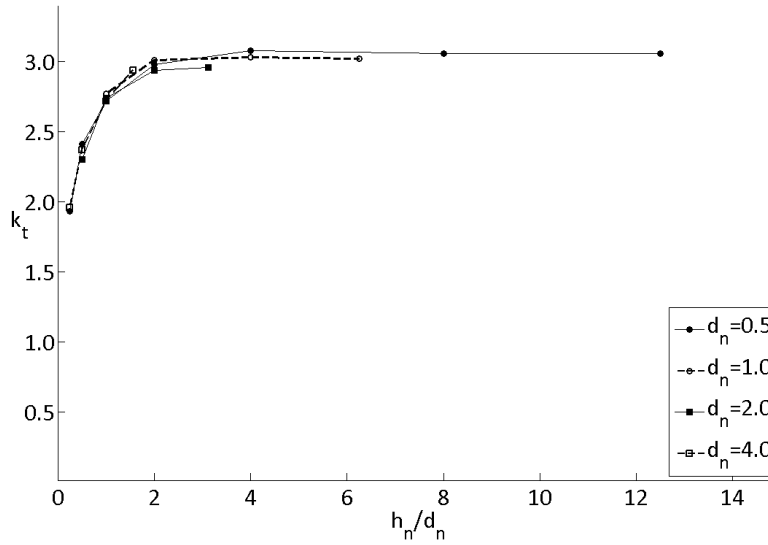
Figura 4.1: Esquema de la placa sobre la cual se analizan las tensiones elásticas mediante la técnica de elementos finitos. $h_n \leq t_s$

en la posición del máximo en k_t y coincide con lo reportado por distintos autores [27, 28, 29, 32]. Para placas finas se puede considerar al estado generado como un estado de tensión plana generalizada, por lo que el máximo se encuentra en el plano medio y es muy cercano a 3, el k_t teórico para estos casos. Para placas gruesas se encuentra cerca de la superficie y es levemente superior. La figura 4.3 muestra una misma placa con dos agujeros de distinto diámetro. En ambas se observa la posición del máximo en tensiones marcada con un punto negro. En la figura 4.3a, para un diámetro pequeño se ve el efecto de placa gruesa, con la posición del máximo en tensiones cercana a la superficie, mientras que el caso contrario se muestra en la figura 4.3b y se observa a k_t en el centro de la placa.

A su vez, en la figura 4.4 se observa este mismo efecto. En ella se grafican la relación entre el factor de concentración de tensiones encontrado y el teórico para una placa infinita (k_{teo}) a lo largo de la profundidad del agujero para una “placa gruesa” y una “fina”.



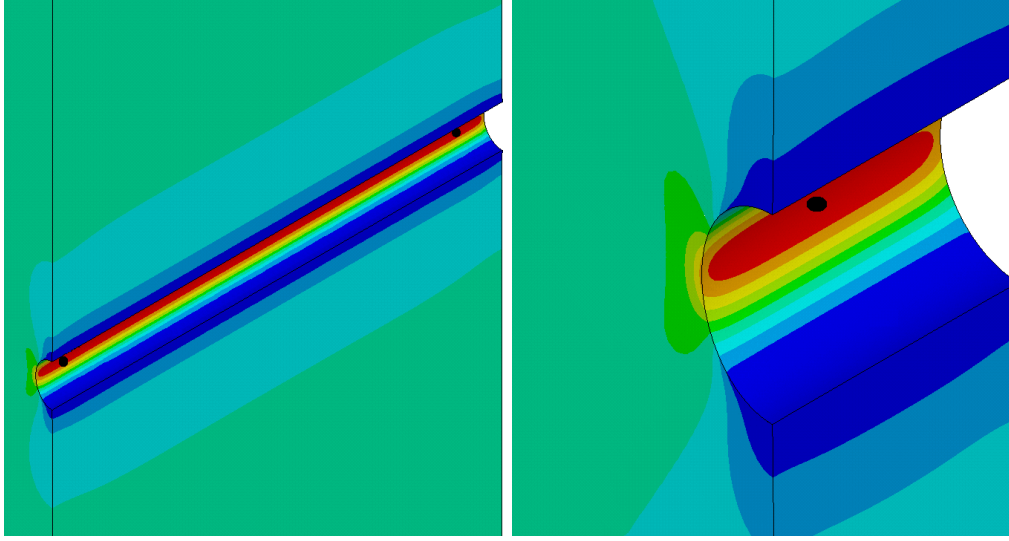
(a) k_t en función de la relación h_n/t_s . Espesor de la placa $t_s = 6.25$ mm.



(b) k_t en función de la relación h_n/d_n . Espesor de la placa $t_s = 6.25$ mm.

Figura 4.2: k_t para una placa en función de los parámetros geométricos de la entalla (d_n y h_n). Espesor de la placa $t_s = 6.25$ mm

En los casos de los agujeros no pasantes, se observa un efecto similar al de una placa gruesa, con el máximo cercano a la superficie del agujero. Esto se desprende de lo mencionado anteriormente, ya que para agujeros no pasantes



(a) Baja relación d_n/t_s . k_t cerca de la superficie.
 (b) Alta relación d_n/t_s . k_t en el centro de la placa.

Figura 4.3: Posición de k_t para una placa con dos entallas de distinto diámetro.

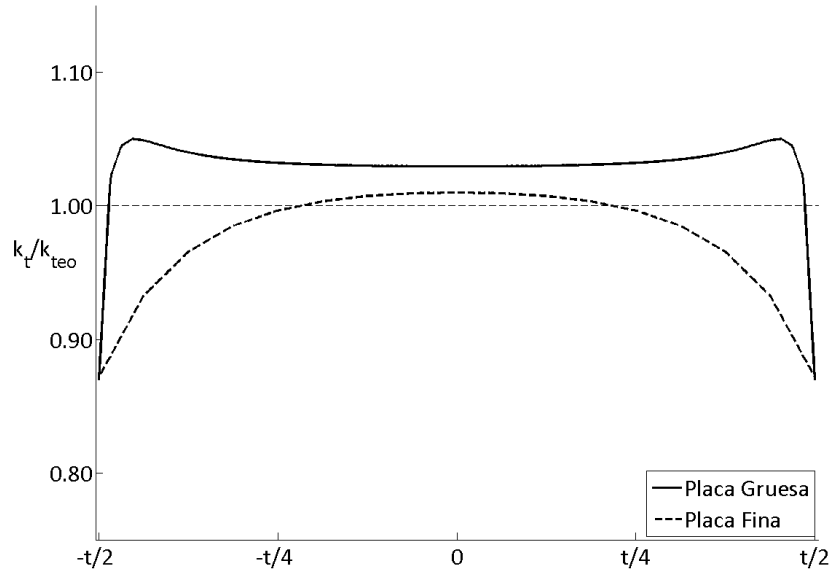


Figura 4.4: Relación entre k_t y k_{teo} para una placa gruesa y una fina a lo largo de la profundidad del agujero.

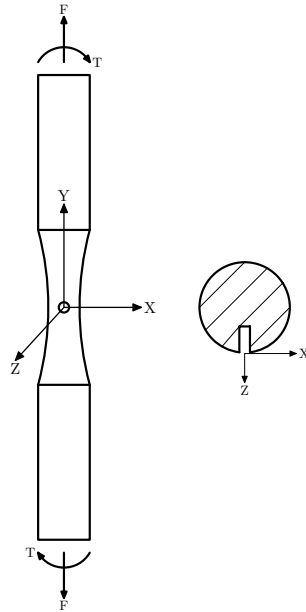


Figura 4.5: Sistema de ejes a utilizar sobre probetas huecas y macizas con agujero.

no se puede considerar un estado de tensión plana generalizada, debido, entre otras cosas, a la falta de simetría.

De este primer análisis, se puede concluir por un lado, que para estar cerca del valor $k_t \approx 3$, la profundidad de una entalla no pasante (h_n) debe ser al menos 2,5 veces mayor que el diámetro (d_n). Por otro lado, cuando el agujero es muy pequeño, el máximo en tensiones se eleva, cerca de un 10% por encima de $k_t = 3$, factor que se deberá tener en cuenta cuando se analicen los resultados de probetas con esta clase de agujeros.

4.2 Análisis de tensiones elásticas sobre probetas cilíndricas entalladas

Obtenida ya la información sobre el comportamiento de placas con agujeros de distinta profundidad, el siguiente paso es diseñar una probeta cilíndrica, relativamente sencilla de mecanizar, con un estado tensional lo más parecido posible a la placa con un agujero pasante.

Inicialmente surgen dos posibilidades, que la probeta sea maciza o hueca, por lo que ambos modelos se irán analizando a lo largo del capítulo.

Haciendo una primera aproximación sencilla, ambas probetas presentan ventajas y desventajas. La probeta maciza presenta como gran ventaja una mayor facilidad a la hora del mecanizado. Sin embargo, a priori, parece difícil lograr un campo de tensiones similar al de una placa, debido a la influencia de las tres dimensiones en su geometría. Por otro lado, en la probeta hueca, las condiciones se invierten. Ahora, como ventaja, se puede imaginar a la probeta como una placa doblada, facilitando la similitud entre ambos campos tensionales. Además, al ser hueca, el área resistente es menor, reduciendo las cargas de los ensayos. En contrapartida, el mecanizado de una probeta con un agujero pasante a lo largo de su eje es mucho más complejo, principalmente porque se parte de barras, ya que son pocos los materiales que se consiguen como tubos de pared gruesa. Además, se pueden generar tensiones residuales producto de este mecanizado.

En resumen, es importante planificar cuidadosamente los ensayos, intentando tener en cuenta la mayor cantidad de factores, entre los que destacan:

- Campo de tensiones generado y su similitud con una placa infinita
- Tipo de mecanizado
- Límites de carga de las máquinas a utilizar

Por otro lado, para facilitar la comprensión del análisis que se hará sobre las probetas cilíndricas, es necesario definir un nuevo sistema de ejes coordenados, XYZ. El mismo se puede ver en la figura 4.5. En ella se observa que el origen de coordenadas de este nuevo sistema es coincidente con el eje de revolución del agujero y con el plano tangente a la superficie externa de la probeta. De esta forma, cada punto de la probeta queda definido de manera unívoca, facilitando la comprensión de los resultados.

4.2.1 Análisis de tensiones sobre probetas macizas

Siguiendo con el análisis, se simularon los casos de probetas cilíndricas macizas, de distintos diámetros en su sección mínima (d_s), y con agujeros cilíndricos transversales en el centro de distintas geometrías (d_n , h_n). La figura 4.6 muestra los factores de concentración de tensiones obtenidos para una probeta cilíndrica (k_{ts}), de diámetro en su sección mínima $d_s = 17$ mm.

En ella se ve que, para pequeñas profundidades, el efecto de la relación entre la profundidad de la entalla y su diámetro, lo que concuerda con lo visto

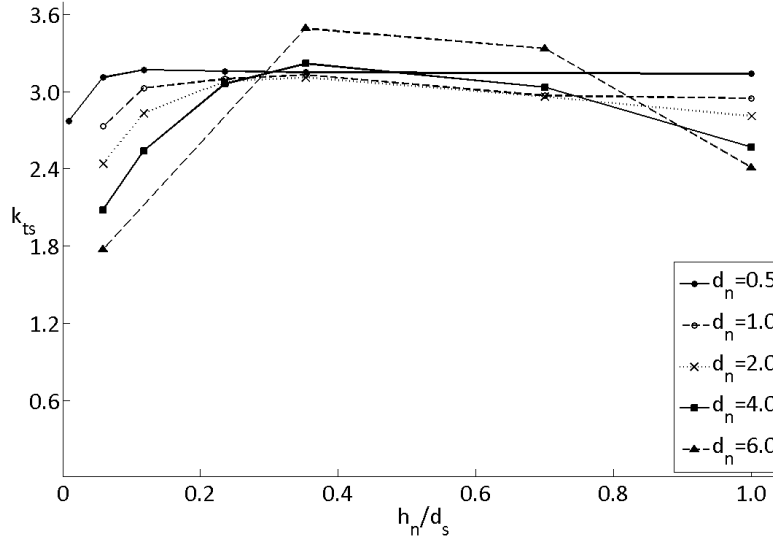


Figura 4.6: k_{ts} para una probeta de diámetro $d_s = 17$ mm con agujeros de distinto diámetro d_n en función de la relación h_n/d_s .

para placas (figura 4.2a). Por otra parte, para una profundidad $h_n/d_s = 0.4$, se observa que los agujeros de mayores diámetros provocan un aumento en la concentración de tensiones muy elevado. Por último, para agujeros pasantes, se nota una caída en k_{ts} mayor, también a mayor d_n . Estos últimos dos efectos no se observaron en placas, por lo que no es deseable que ocurran en las probetas cilíndricas a ensayar y, se pueden atribuir a la curvatura de la probeta. El diseño de las mismas debe considerar los factores necesarios para evitar su aparición.

De estos análisis se puede extraer una conclusión muy importante acerca de la profundidad (h_n) de la entalla. Esta no debe superar la mitad del diámetro de la probeta, para evitar la reducción en la concentración de tensiones vista en la figura 4.6.

Por otra parte, al tratarse de probetas macizas, al variar el diámetro de la misma, para analizar el efecto de la curvatura, también se modifica el espesor y, como se vio anteriormente para placas, k_t es sensible a dichos cambios. Para cuantificar el efecto de la curvatura de manera aislada, se dividió al factor de concentración de tensiones de una probeta con distintos agujeros (k_{ts}) por aquel encontrado para una placa infinita con los mismos agujeros y con un espesor igual al diámetro de la probeta (k_{tp}). La figura 4.7 muestra dicha

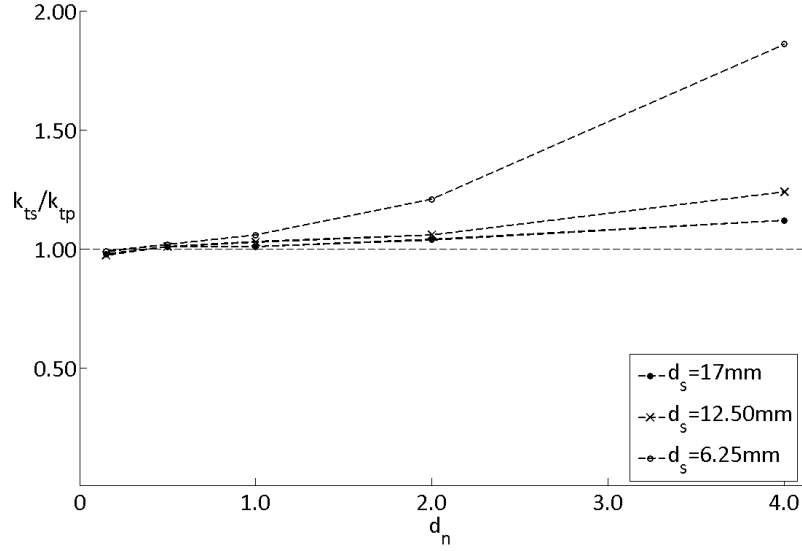
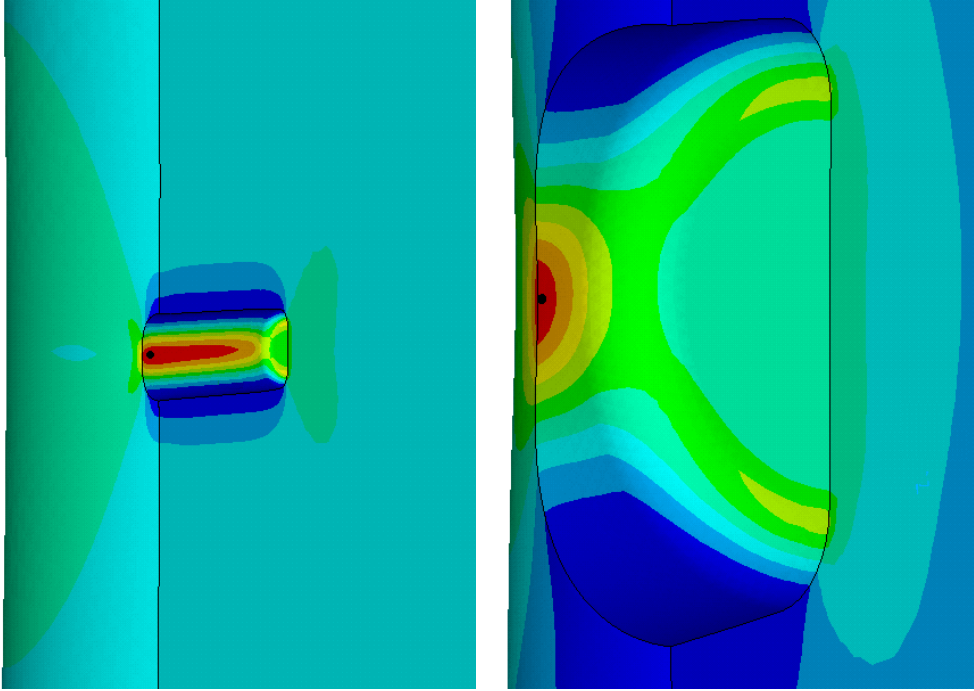


Figura 4.7: Relación k_{ts}/k_{tp} en función de d_n para probetas de distintos diámetros.

relación en función del diámetro de la entalla. En la gráfica se presentan tres curvas, correspondientes a tres diámetros (y espesores) de probetas distintas (17, 12, 5 y 6, 25 mm). Cabe destacar que en todos los casos, la profundidad de las entallas h_n simuladas fue menor al radio de la probeta, de manera de evitar el efecto del descenso abrupto de k_t visto en la figura 4.6.

La figura 4.7 muestra cómo para diámetros de agujeros pequeños respecto al diámetro de la probeta, el comportamiento entre una placa y una probeta cilíndrica es prácticamente igual, mientras que a medida que el diámetro del agujero (d_n) crece, las curvas se alejan del valor 1. Dicho efecto es, lógicamente, más marcado cuanto menor es el diámetro de la probeta, o lo que es lo mismo, mayor relación d_n/d_s .

En cuanto a la posición de la máxima tensión principal, para probetas cilíndricas con entallas no pasantes, se observa siempre un efecto similar al de una placa gruesa. Esto implica que el máximo se encuentra cercano a la superficie y no sobre la mitad de la profundidad. Las figuras 4.8 muestran una probeta de $d_s = 6,25$ mm con una entalla de diámetro $d_n = 0,5$ mm (figura 4.8a) y una entalla de diámetro $d_n = 4$ mm (figura 4.8b). Ambas entallas tienen la misma profundidad $h_n = 2$ mm. En ellas la posición del máximo k_t se encuentra señalada con un punto negro. En ambos casos se halla cerca de la superficie.



(a) Diámetro de entalla $d_n = 0.5$ mm. (b) Diámetro de entalla $d_n = 4$ mm.

Figura 4.8: Posición de k_t señalada con un punto negro para una probeta de diámetro $d_s = 6.25$ mm con dos entallas de distinto diámetro e igual profundidad $h_n = 2$ mm.

Luego de este breve análisis sobre la influencia de la geometría de la entalla en el factor de concentración de tensiones en una probeta maciza, se pueden obtener algunas pautas para el diseño de la probeta para que el campo de tensiones sobre ésta se asemeje lo más posible al de una placa infinita:

- Para una entalla no pasante, la profundidad debe ser mayor a aproximadamente 2,5 veces el diámetro de la misma. $h_n/d_n > 2,5$.
- Para una entalla en una probeta cilíndrica, la profundidad no debe superar el radio de la probeta. $h_n < d_s/2$
- El diámetro de la entalla no debe superar el 15% del diámetro de la probeta. $d_n/d_s < 0,15$.

4.2.2 Análisis de tensiones sobre probetas huecas

Como se observó en el apartado anterior, al no ser pasante el agujero, hay que tener un gran cuidado con la influencia de la profundidad de la entalla en el valor del factor k_t . Además, si se quiere trabajar con entallas de gran diámetro, es necesario aumentar mucho el diámetro de la probeta, lo que conlleva grandes cargas en los ensayos. Esto limita mucho el diseño final de la probeta y los diámetros de las entallas. Por estos motivos se analizaron los campos tensionales alrededor de un agujero en una probeta hueca, el cual lógicamente, es pasante.

Influencia del diámetro interno

En primer lugar se estudia el efecto del diámetro interno (d_{sI}) en el campo de tensiones alrededor de una entalla pasante con distintos diámetros (d_n) y para un diámetro externo (d_{sE}) fijo e igual a 16 mm. Dicho diámetro externo se elige, en principio, igual a 16 mm teniendo en cuenta el diámetro ideal de agarre de las mordazas de las máquinas a utilizar (20 mm) y calculando que la sección en la zona del agujero debe ser menor que en la cabeza de las probetas, para asegurar el fallo por la zona calibrada.

La figura 4.9 muestra la relación entre el factor de concentración de tensiones (k_{ts}) encontrado para la probeta y el de una placa ideal (k_{teo}) en función del espesor de la pared del tubo ($e = (d_{sE} - d_{sI})/2$). Cada una de las curvas se construyó con un diámetro de entalla distinto, siendo los tres elegidos 1, 3 y 5 mm. Asimismo, sobre la izquierda se observa un esquema de los parámetros de diseño.

Como se puede observar en la figura 4.9, para el diámetro de entalla pequeño (en este caso, $d_n = 1$ mm), k_{ts} prácticamente no cambia al modificar el espesor de la pared del tubo (el diámetro interno) y es muy parecido al teórico para una placa. Por su parte, los agujeros de diámetros $d_n = 3$ mm y $d_n = 5$ mm si se ven claramente afectados por cambios en la pared del tubo, siendo mucho mayores al teórico de una placa cuando la pared es más delgada. Lógicamente este efecto se ve más acentuado en el caso de la entalla de mayor diámetro.

Otra variable muy importante a tener en cuenta es la posición de k_{ts} a lo largo de la profundidad de la entalla. Las figuras 4.10 muestran los tres casos encontrados. Por un lado, para agujeros grandes y paredes delgadas,

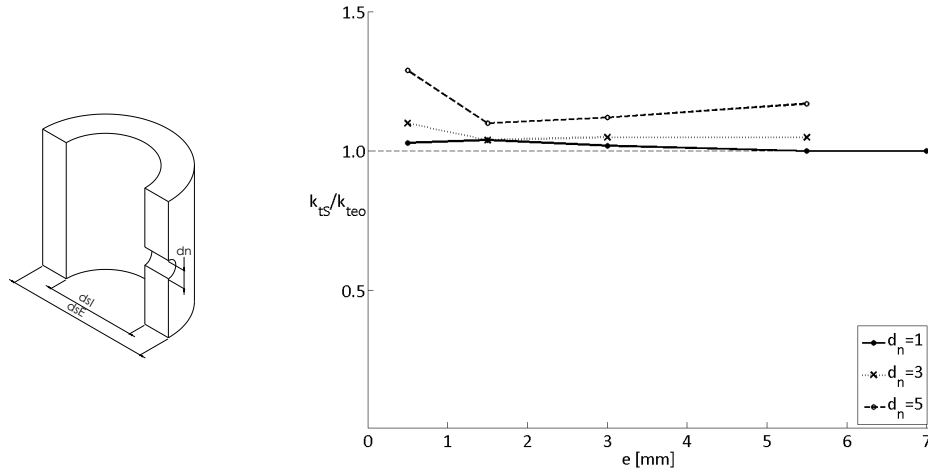


Figura 4.9: Izquierda. Esquema de los parámetros de diseño. Derecha. Relación entre el factor de concentración de tensiones de un tubo (k_{ts}) y el de una placa ideal k_{teo} , en función del espesor de la pared (e), para tres diámetros de entalla (d_n) distintos.

la posición de k_{ts} es el vértice interior del agujero (fig 4.10a), efecto que parece lógico adjudicar a la curvatura de la probeta. Por otra parte, para agujeros pequeños y paredes gruesas (fig 4.10c), el efecto es similar al que se produce en una placa con gran espesor (figura 4.3a), ubicándose k_{ts} cerca de la superficie. Por último, y como es lógico pensar, en el caso intermedio, k_{ts} se ubica en el medio (fig 4.10b), al igual que para placas delgadas (figura 4.3b).

Basado en estos resultados, una opción razonable es utilizar un diámetro interno (d_{sI}) de 13 mm, dejando una pared (e) de 1,5 mm de espesor.

Máximo tamaño de entalla

Fijados los diámetros internos ($d_{sI} = 13$ mm) y externos ($d_{sE} = 16$ mm) de la probeta hueca, es necesario evaluar cual es el máximo diámetro de entalla (d_n) que se puede mecanizar, sin que el k_{ts} encontrado se aleje mucho del caso teórico de una placa k_{teo} .

La figura 4.11 muestra la relación entre el factor de concentración de tensiones de la probeta agujerada y el de una placa ideal (k_{ts}/k_{teo}) en función del diámetro del agujero (d_n).

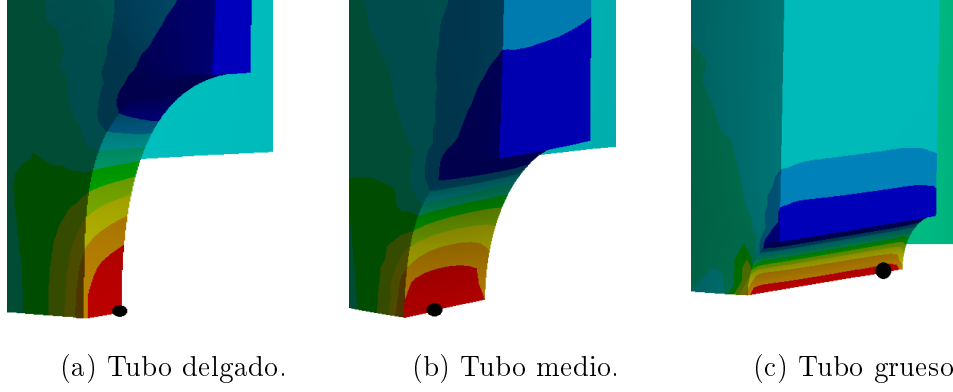


Figura 4.10: Posición de k_{ts} marcada con un punto negro para tubos de distinto espesor.

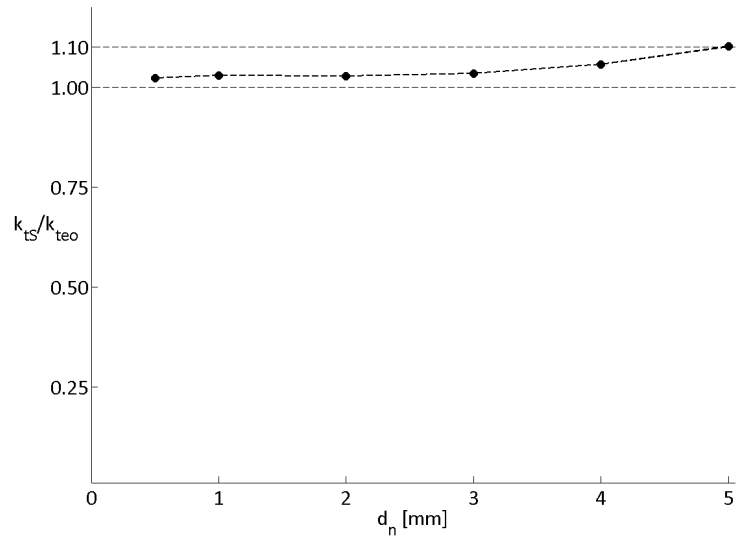


Figura 4.11: Relación k_{ts}/k_{teo} en función del diámetro de la entalla d_n para probetas huecas con $d_{sI} = 13$ mm y $d_{sE} = 16$ mm.

Como era de esperarse, a medida que aumenta el diámetro de la entalla (d_n), y por ende la relación entre este y el diámetro de la probeta (d_n/d_s), el k_{ts} se aleja del de la placa. Sin embargo, aún para una relaciones mayores al 20% las diferencias son menores al 10%, lo cual mejora notablemente lo conseguido para probetas macizas, dejando lugar a una mayor combinación entre diámetros de entalla y probeta.

4.3 Diseño final de las probetas

Luego de obtener estas pautas de diseño, tanto para probetas macizas como huecas, es necesario realizar un primer modelo de probeta y evaluar más a fondo el campo de tensiones generado, poniendo especial atención en el gradiente y la posición de k_{ts} , ahora también para cargas de torsión y biaxiales. Como parte del objetivo de la tesis es evaluar el comportamiento de distintos modelos de predicción de vida a fatiga de probetas con agujeros circulares, lo buscado es ensayar probetas con distintos diámetros de entallas para poder obtener una tendencia del comportamiento a fatiga de un material en función de, justamente, d_n . En el caso de las probetas macizas, las dimensiones mínimas de profundidad del agujero (h_n) y diámetro de probeta (d_s) quedan definidas por el diámetro del agujero que se quiere mecanizar. En la tabla 4.1 se pueden observar algunos casos generales. Las distintas medidas se calcularon siguiendo las recomendaciones vistas en la sección 4.2.1

Tabla 4.1: Parámetros geométricos de las probetas macizas.

d_n [mm]	h_n [mm]	d_s [mm]	Area [mm ²] ^a	Fuerza [kN] ^b
1	3	10	78	7,8
2	6	15	177	17,7
3	9	20	314	31,4

^a Sección resistente de la probeta

^b Fuerza necesaria para generar una tensión remota de 100 MPa

Dado que uno de los materiales a utilizar es acero inoxidable, es probable que algunos ensayos requeridos para construir las curvas $S-N$ superen los

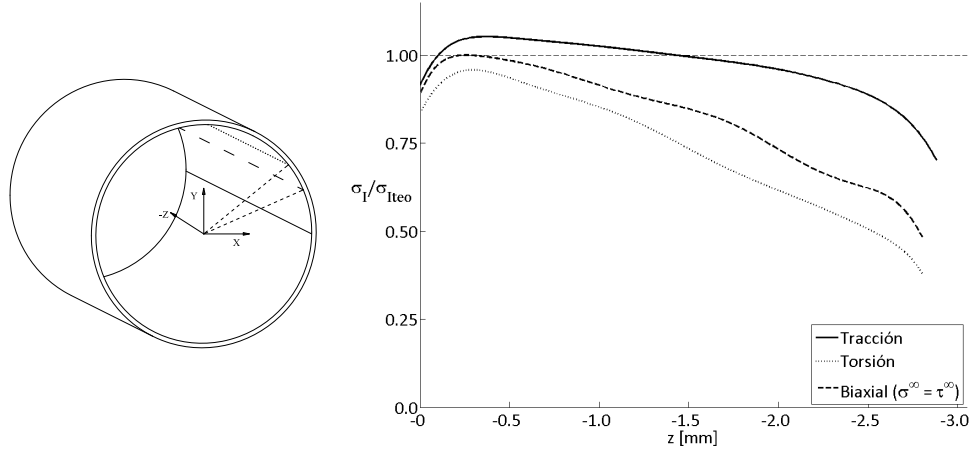


Figura 4.12: σ_I/σ_{Iteo} a lo largo de la profundidad de la entalla, sobre la línea de máxima tensión principal, para distintos tipos de carga. Probeta maciza, entalla de diámetro $d_n = 1$ mm.

200 MPa de tensión, lo cual implicaría cargas muy grandes en los casos de probetas con entallas de 2 y 3 mm. Por este motivo, sólo se diseñarán probetas macizas con entallas de 1 mm.

Para el caso de probetas huecas, los parámetros geométricos (d_n , d_{sI} , d_{sE}) se han ido fijando a lo largo del análisis, quedando como máximo diámetro de entalla $d_n = 3$ mm (figura 4.11).

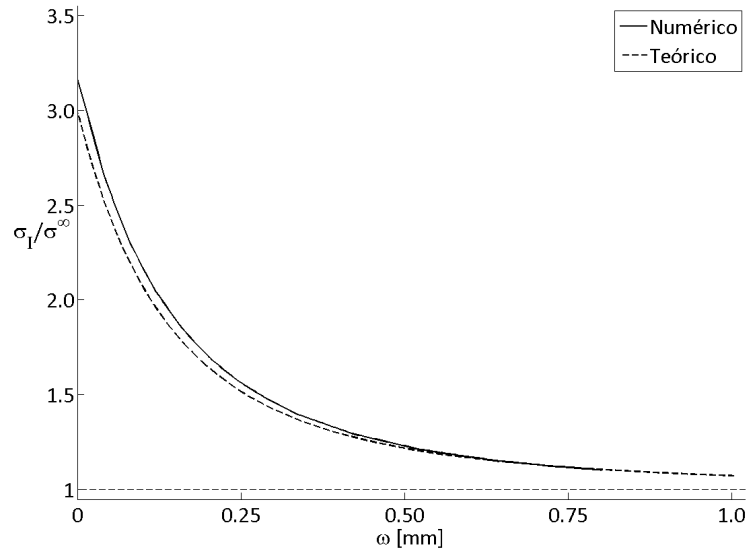
Analizadas las posibles geometrías de las probetas, a continuación se evalúan los campos de tensiones alrededor de una probeta maciza con una entalla de diámetro 1 mm y una probeta hueca con entallas de 1 y 3 mm de diámetro, sometidas a cargas de tracción (σ^∞), torsión (τ^∞) y biaxial con $\sigma^\infty = \tau^\infty$.

La figura 4.12 muestra la relación entre la tensión principal máxima calculada por elementos finitos σ_I y la teórica para una placa infinita σ_{Iteo} , obtenida mediante las fórmulas de Kirsch (ecuación 3.14), en función de la distancia a la superficie externa $Z=0$, para la probeta maciza, para los tres tipos de carga. Cada curva se evaluó sobre la línea de máxima tensión principal, como se observa en el esquema del agujero que acompaña la figura 4.12. En ella se ve, a su vez, el sistema de ejes ya presentado en la figura 4.5. La línea continua corresponde a la máxima tensión principal para el caso de tracción σ^∞ (los puntos del espacio que forman ese segmento tienen coordenadas $(R, 0, Z)$, con $-h_n \leq Z \leq 0$), la línea de puntos se utiliza para el caso de torsión

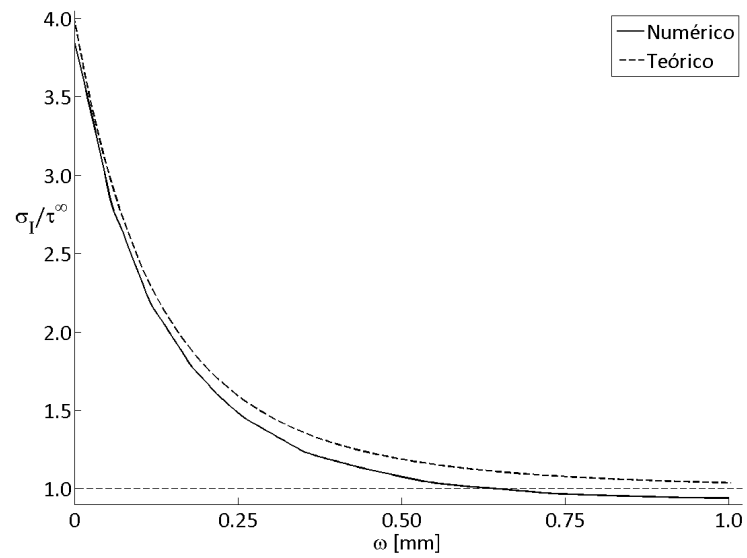
τ^∞ (los puntos del espacio que forman este segmento tienen coordenadas $(R \cdot \cos(45^\circ), R \cdot \sin(45^\circ), Z)$, con $-h_n \leq Z \leq 0$) y, por último, la línea a trozos, se utiliza para el caso biaxial con $\sigma^\infty = \tau^\infty$ (en este caso, los puntos del espacio que conforman dicha línea tienen como coordenadas $(R \cdot \cos(31, 7^\circ), R \cdot \sin(31, 7^\circ), Z)$, con $-h_n \leq Z \leq 0$).

Para los tres tipos de carga se observa que la tensión principal máxima es cercana a la teórica para una placa infinita, teniendo diferencias menores al 5% en todos los casos. Por otro lado, la posición del máximo se encuentra siempre cercana a la superficie exterior. Para cargas a tracción se produce el efecto de placa gruesa, visto en la sección 4.2.1, mientras que para los casos con alguna componente a torsión, esa posición es esperable debido a que la máxima tensión aumenta con la distancia al eje de la probeta.

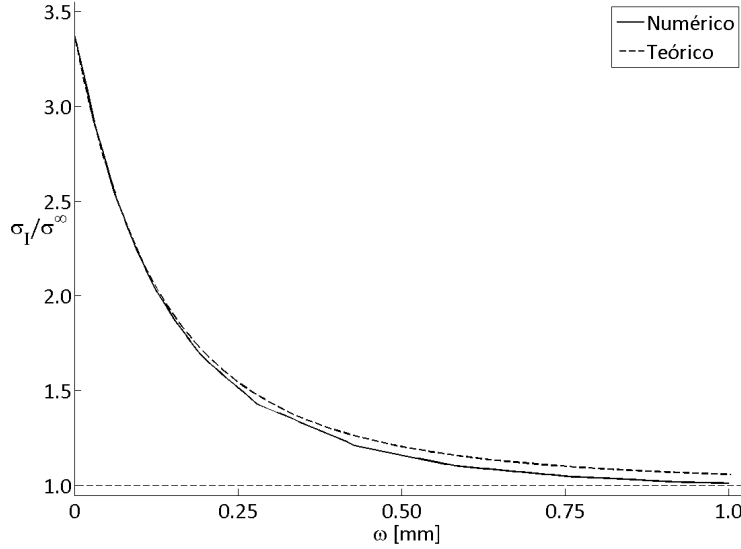
Continuando con el análisis sobre la probeta maciza, las figuras 4.13 muestran la relación entre la tensión principal máxima σ_I y la tensión aplicada (σ^∞ para tracción, τ^∞ para torsión) en función de la distancia a la entalla (ω), partiendo del punto de máxima tensión, en la dirección de máxima tensión principal. Por ejemplo, la recta sobre la cual se evaluaron las tensiones para el caso a tracción tiene por ecuación $(X, Y, Z) = (R, 0, Z_0) + \omega(1, 0, 0)$, siendo $(R, 0, Z_0)$ el punto de máxima tensión principal para este tipo de carga. Análogamente, para cargas a torsión la recta tiene por ecuación $(X, Y, Z) = R \cdot \cos(45^\circ), R \cdot \sin(45^\circ), Z_0 + \omega(\sqrt{2}/2, \sqrt{2}/2, 0)$, etc. Cada figura muestra una curva en línea continua correspondiente a los resultados numéricos para la probeta y una curva en línea a trozos, correspondiente a las tensiones teóricas de una placa infinita.



(a) Tracción.



(b) Torsión.



(c) Biaxial.

Figura 4.13: Relación entre la tensión principal máxima y la tensión externa aplicada en función de la distancia al punto de máxima tensión principal, sobre la dirección de máxima tensión principal. Probeta maciza con entalla de diámetro $d_n = 1$ mm sometida a cargas de tracción, torsión y biaxial y comparación con una placa infinita con el mismo agujero. Path perpendicular a la superficie del agujero, cuyo inicio es el punto de máxima tensión principal.

Las tres figuras muestran mucha semejanza entre las curvas derivadas del análisis por elementos finitos y las teóricas para una placa infinita. En el caso de la carga a tracción, se nota que parte de una carga 5% superior y luego se empareja. Sin embargo, el caso con mayor diferencia es el correspondiente a la carga a torsión, el cual cae levemente por debajo de 1, lejos de la entalla. El mismo análisis se repitió para las probetas huecas. La figura 4.14 muestra la relación entre la tensión principal máxima calculada por elementos finitos (σ_I) de una probeta hueca con una entalla de diámetro $d_n = 1$ mm y la tensión principal máxima de una placa teórica (σ_{Iteo}) a lo largo de la profundidad del agujero para los tres tipos de carga. Nuevamente, las tensiones se evaluaron sobre la línea de máxima tensión principal. La curva con línea continua corresponde a las cargas a tracción, la línea a puntos se utiliza para cargas a torsión y la línea a trozos para cargas biaxiales.

Al igual que para la probeta maciza, la diferencia entre la tensión máxima

encontrada y la teórica es menor al 5% y la curva de torsión se encuentra levemente por debajo de la teórica. Sin embargo, en este caso, las tensiones a tracción son muy parejas a lo largo de toda la profundidad, con cierta simetría, sin diferenciar la pared interna de la externa. Este efecto es similar al encontrado en placas delgadas (figura 4.3).

Siguiendo con el análisis, las figuras 4.15 muestran la relación entre la tensión principal máxima y la tensión externa aplicada, en función de la distancia al punto de máxima tensión, a lo largo de la dirección principal, para los tres tipos de carga, tracción, torsión y biaxial.

Nuevamente, para todos los tipos de carga, hay una gran semejanza entre la tensión sobre la probeta y la teórica sobre una placa infinita, siendo el caso más distinto el correspondiente a la carga a tracción.

Finalizando el análisis sobre las probetas, se evalúa el caso de una hueca con una entalla de 3 mm de diámetro. La figura 4.16 muestra la relación entre la tensión principal máxima numérica y la teórica para una placa, a lo largo de la profundidad del agujero. Para cada una de las cargas, las tensiones se evaluaron sobre la línea de máxima tensión principal.

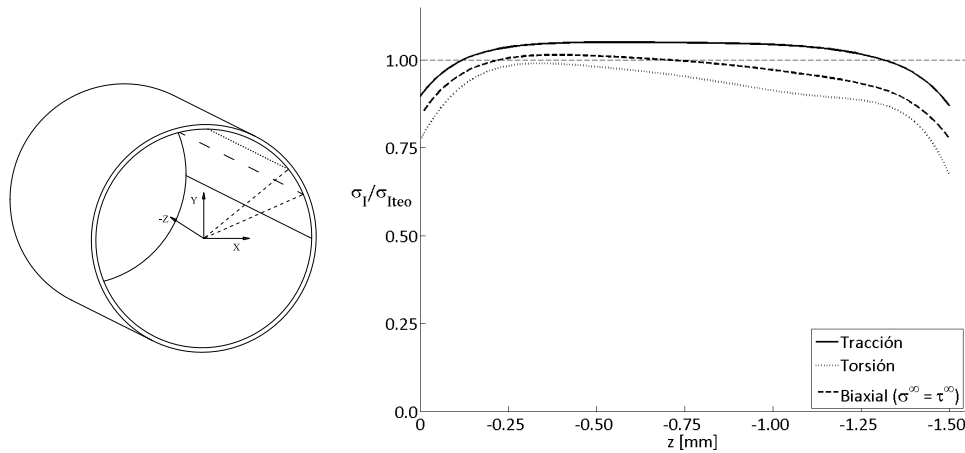
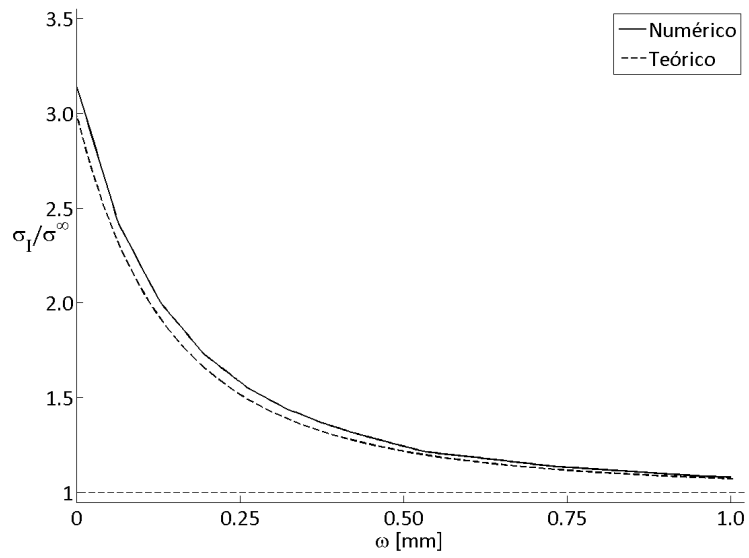
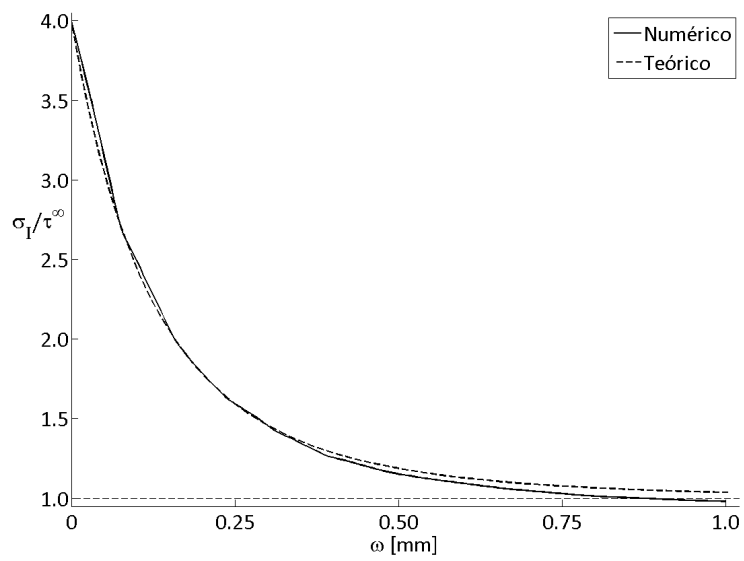


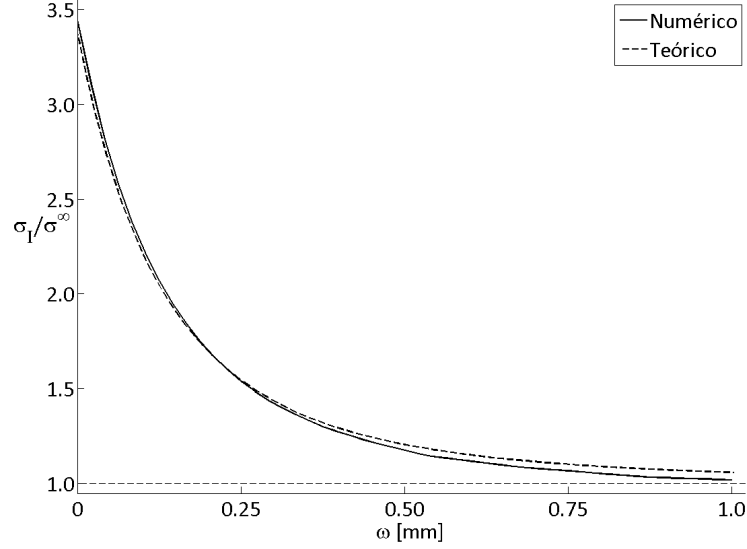
Figura 4.14: σ_I/σ_{Iteo} a lo largo de la profundidad de la entalla, sobre la línea de máxima tensión principal, para distintos tipos de carga. Probeta hueca, entalla de diámetro $d_n = 1$ mm.



(a) Tracción.



(b) Torsión.



(c) Biaxial.

Figura 4.15: Relación entre la tensión principal máxima y la tensión externa aplicada en función de la distancia al punto de máxima concentración, sobre la dirección de máxima tensión principal. Probeta hueca con entalla de diámetro $d_n = 1$ mm sometida a cargas de tracción, torsión y biaxial y comparación con una placa infinita con el mismo agujero. Path perpendicular a la superficie del agujero, cuyo inicio es el punto de máxima tensión principal.

Nuevamente las diferencias entre la tensión principal máxima teórica (σ_{Iteo}) y la calculada numéricamente para la probeta (σ_I) no superan el 5%, al igual que en los casos anteriores. Sin embargo, en este caso se empieza a notar el efecto de la curvatura de la probeta, haciendo que los máximos para cargas a torsión y biaxial se desplacen ligeramente hacia la superficie interna.

A su vez, se evalúa para los tres tipos de carga, la evolución de la tensión principal con la distancia a la entalla sobre la dirección principal, al igual que se hizo para las otras probetas. Las figuras 4.17 muestran en línea continua las tensiones principales sobre la probeta calculada mediante elementos finitos, mientras que en línea a trozos se observa la teórica para una placa infinita.

La curva para cargas a torsión es muy parecida a la teórica, pero no tan así la curva para cargas a tracción, teniendo un gradiente ligeramente más pronunciado. Esto último deriva, lógicamente, en que la curva para cargas biaxiales tenga una ligera variación también.

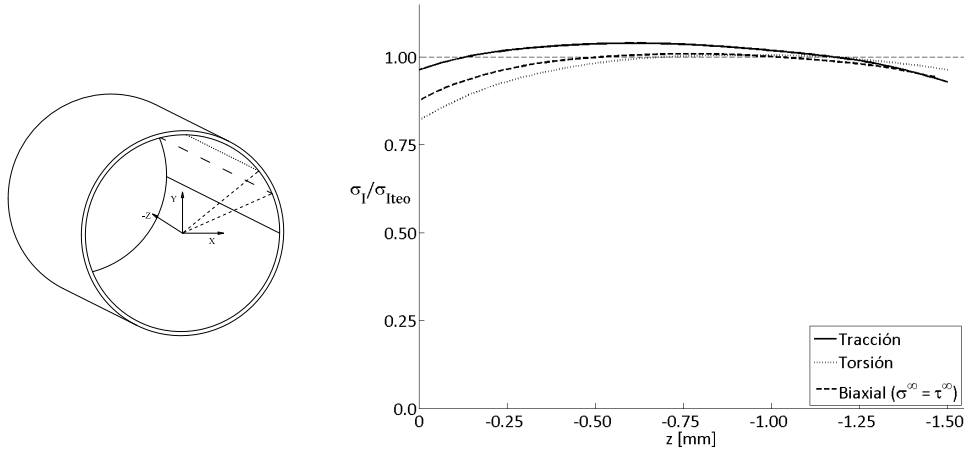
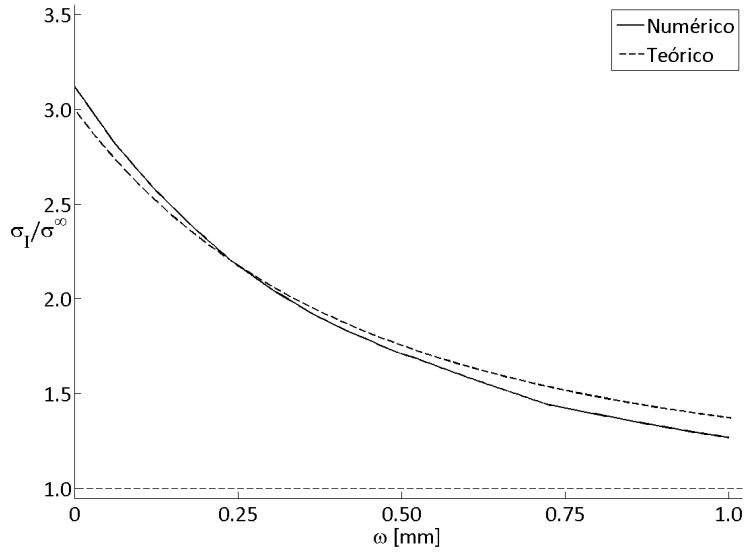
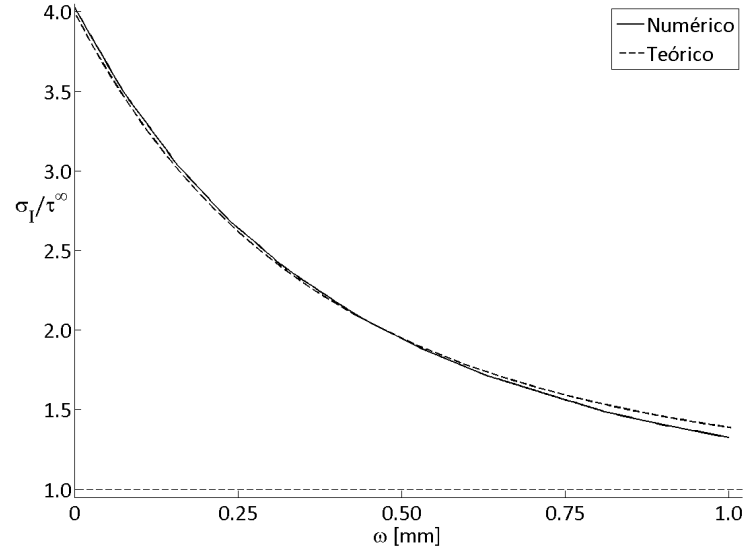


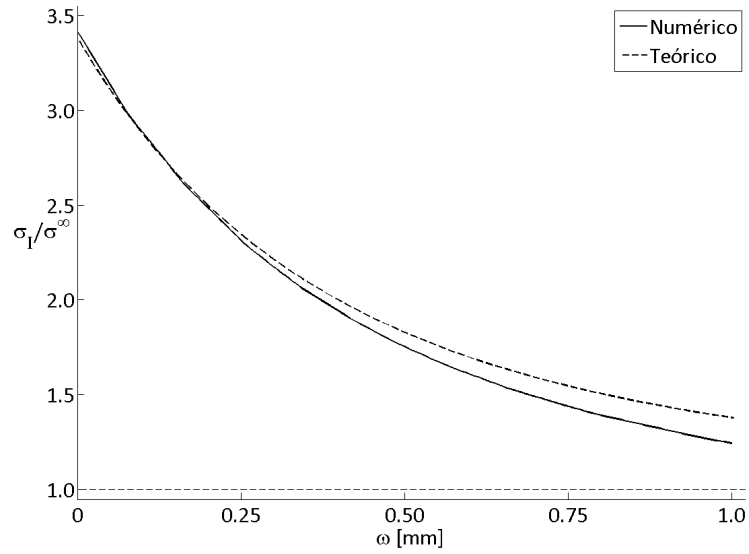
Figura 4.16: σ_I/σ_{Iteo} a lo largo de la profundidad de la entalla, sobre la línea de máxima tensión principal, para distintos tipos de carga. Probeta hueca, entalla de diámetro $d_n = 3$ mm.



(a) Tracción.



(b) Torsión.



(c) Biaxial.

Figura 4.17: Relación entre la tensión principal máxima y la tensión externa aplicada en función de la distancia al punto de máxima concentración, sobre la dirección de máxima tensión principal. Probeta hueca con entalla de diámetro $d_n = 3$ mm sometida a cargas de tracción, torsión y biaxial y comparación con una placa infinita con el mismo agujero. Path perpendicular a la superficie del agujero, cuyo inicio es el punto de máxima tensión principal.

Por último, la tabla 4.2 muestra la fracción de la profundidad del agujero, donde σ_I disminuye menos de un 1% respecto del máximo encontrado. Por ejemplo, para una probeta hueca con una entalla de 1 mm de diámetro, el 54% de su profundidad tiene una tensión principal que difiere en menos del 1% del máximo. Esto indica que tan amplia es la zona del agujero con tensiones altas.

Tabla 4.2: Porcentaje de la profundidad del agujero donde la tensión principal máxima difiere en menos del 1% respecto del máximo hallado.

Tipo de probeta	$d_n [mm]$	σ^∞	τ^∞	$\sigma^\infty = \tau^\infty$
Maciza	1	13%	4%	12%
Hueca	1	54%	15%	27%
Hueca	3	33%	39%	31%

Analizando los resultados, en ella se vuelve a observar que las probetas huecas tienen un comportamiento más parejo, por lo que se espera que reproduzcan mejor el caso de una placa plana.

Luego del análisis del presente capítulo, se podrá seguir adelante con el diseño de la probeta, sabiendo las pautas generales a cumplir en cuanto a tamaño de la entalla, profundidad (en el caso macizo) y diámetros de las probetas y, principalmente, teniendo una idea más clara del error cometido al comparar las probetas con una placa. Como conclusión final se puede decir que las cargas a tracción serán levemente mayores que las de la placa, al igual que el gradiente. Asimismo, se puede elegir 3 mm como diámetro máximo de las entallas a mecanizar para las probetas huecas, sabiendo que el campo de tensiones todavía no se diferencia mucho del teórico para una placa infinita.

4.4 Influencia de imperfecciones en las probetas reales

Hasta ahora siempre se ha pensado en la probeta con una geometría perfecta, idéntica al plano diseñado. Sin embargo, las medidas reales tienen una cierta incertidumbre. Por ello, para finalizar el capítulo, se realiza un último análisis por elementos finitos, con el objetivo de conocer como influyen las imperfecciones de la probeta real en los campos de tensiones.

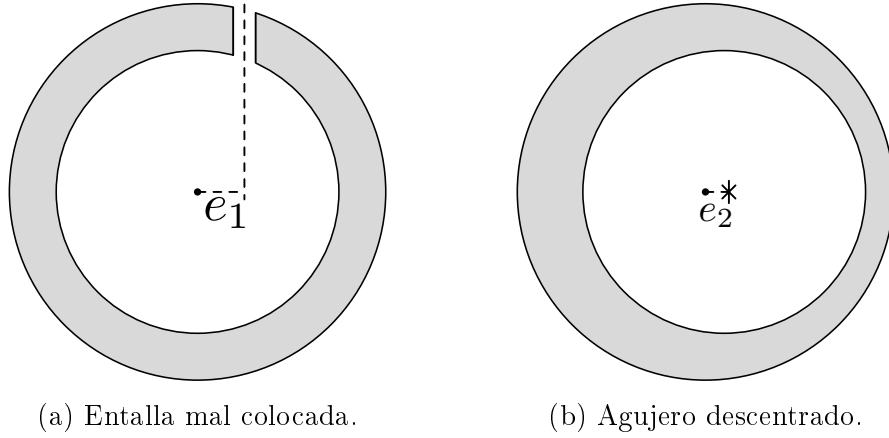


Figura 4.18: Esquema de los posibles fallos en la fabricación de las probetas.

Simplemente observando el diseño de la probeta saltan a la vista los sitios donde se requiere mayor precisión en el mecanizado. El primero de ellos es la entalla, la cual idealmente debe ser perpendicular al plano tangente a la superficie, y el segundo es la concentricidad del agujero central, en las probetas huecas. La figura 4.18 muestra dos esquemas, los cuales detallan esta problemática. En el esquema de la izquierda se ve el perfil de la probeta con una entalla mal colocada, la cual se encuentra a una distancia e_1 de su posición ideal. Por su parte, en el esquema de la derecha se ve la sección hueca de la probeta y la variable e_2 es, en este caso, la posición del centro del agujero, respecto del centro de la probeta.

4.4.1 Variaciones en la posición de la entalla

En primer lugar se analiza el efecto de la posición de la entalla y cómo varían las tensiones máximas si ésta se mueve de su posición ideal (esquema 4.18a). La figura 4.19a muestra la relación entre el factor de concentración de tensiones encontrado con la entalla a una distancia e_1 de su posición ideal (k_{te1}), respecto de aquel encontrado para la posición exacta (k_{ts}). La probeta se simuló con diámetro externo $d_{sE} = 16$ mm, diámetro interno $d_{sI} = 13$ mm, y diámetro de la entalla $d_n = 1$ mm. La curva con línea continua corresponde a cargas a tracción, mientras que la línea a trozos a cargas a torsión. Las curvas de la imagen 4.19b se construyeron con probetas con entallas de diámetro 3 mm, también sometidas a cargas de tracción (línea continua) y torsión (línea

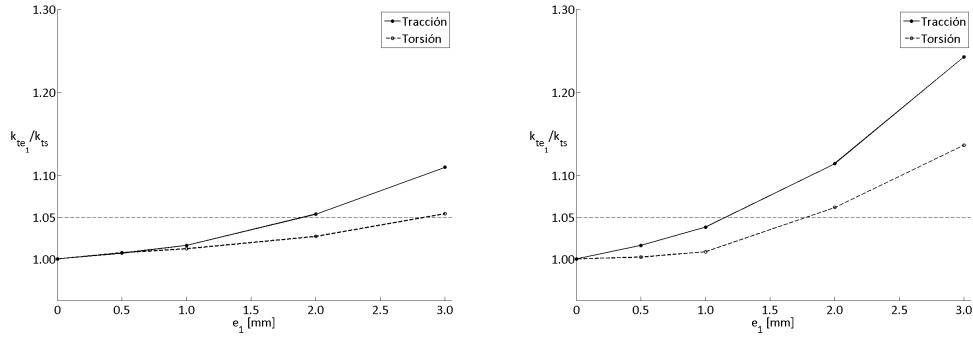
(a) Entalla de diámetro $d_n = 1$ mm.(b) Entalla de diámetro $d_n = 3$ mm.

Figura 4.19: Relación k_{te1}/k_{ts} en función de la posición de la entalla respecto de la ideal (e_1).

a trozos).

Para ambos diámetros de entallas se observa la misma tendencia, los resultados se ven más afectados para cargas a tracción. Por otro lado, es más crítico el caso de entallas grandes, es decir, para una misma desviación de la posición de la entalla, el efecto es mayor para un mayor diámetro de la entalla.

Este estudio revela lo crítico del mecanizado de la entalla, ya que 1 mm de desviación tiene como efecto el incremento de casi el 5% en la tensión máxima, para entallas de 3 mm de diámetro. Además, dicha desviación es muy difícil de medir previo a romper la probeta.

4.4.2 Efecto de la concentricidad del agujero en las probetas huecas

Continuando con el análisis de posibles imperfecciones en la fabricación de las probetas, la figura 4.20 muestra la relación entre la tensión máxima y la tensión media σ_I/σ_m sobre la probeta en función de la distancia entre el centro del agujero y el centro de la probeta (esquema 4.18b). Nuevamente, el diámetro externo es $d_{sE} = 16$ mm y el diámetro interno $d_{sI} = 13$ mm. La curva con línea continua se obtuvo para cargas a tracción mientras que la curva con línea a trozos para cargas a torsión.

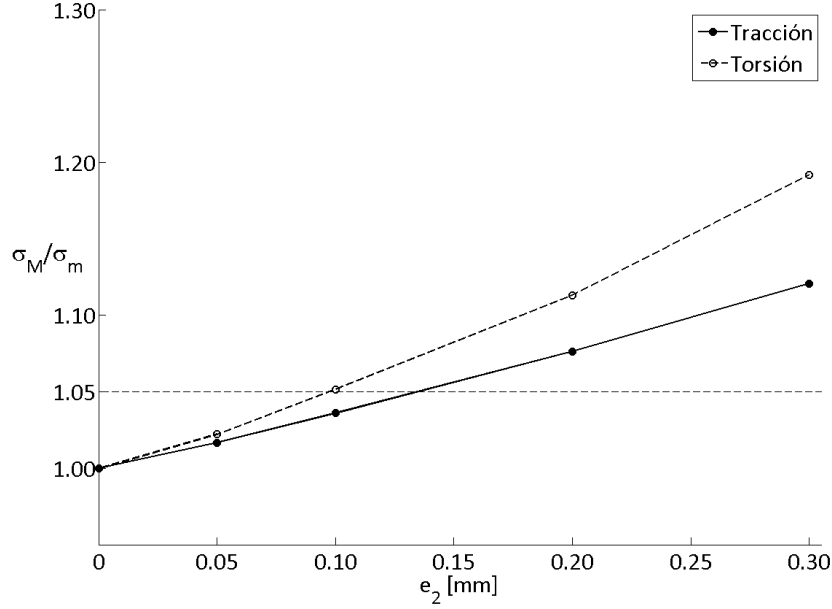


Figura 4.20: Relación entre la tensión máxima y la tensión media σ_I/σ_m sobre una probeta en función de la desviación del centro del agujero respecto del centro de la probeta (e_2).

Como conclusión rápida, se observa que el efecto de la falta de concentricidad es más notorio para cargas a torsión que a tracción. Por este motivo, el límite aceptable se debe fijar teniendo en cuenta esta curva. Dado que diferencias de $100\ \mu\text{m}$ entre centros suponen un aumento del 5% en las tensiones, ese será el límite admisible.

A diferencia de la desviación de la posición de la entalla, esta falta de concentricidad entre el agujero central y la probeta se puede estimar de manera sencilla. Una desviación de $100\ \mu\text{m}$ entre los centros provocaría una diferencia de espesor en la pared del tubo de $200\ \mu\text{m}$ entre la zona más delgada y la más gruesa. Por lo tanto, una medida de control para las probetas huecas es medir el espesor de la pared del tubo en 4 sitios equidistantes y que la diferencia máxima no sea superior a $200\ \mu\text{m}$. Cabe destacar que este valor se encuentra dentro de lo que aconseja la norma ASTM E 2207 [43] para ensayos a fatiga biaxial sobre tubos de pared delgada.

Capítulo 5

Desarrollo experimental

Para los ensayos a fatiga se eligieron dos materiales metálicos distintos, de manera de abarcar el mayor espectro de propiedades mecánicas posible. Dichos materiales son un acero inoxidable AISI 304L, y un aluminio 7075 T6. El primero de ellos se eligió debido a la experiencia del grupo sobre este material, lo que hace que ya esté bien caracterizado. Se trata de un acero austenítico aleado principalmente con cromo y níquel. La letra “L” indica un especialmente bajo contenido de carbono respecto del AISI 304, lo que se realiza con el objetivo de aumentar la soldabilidad [58]. Cabe destacar que las barras de acero AISI 304L utilizadas en la presente tesis proceden de la misma colada que las utilizadas anteriormente por el grupo, lo que permite analizar, también, resultados ya obtenidos en trabajos previos.

El segundo de ellos, se eligió debido a su amplia utilización en la industria, especialmente la aeroespacial, haciendo muy atractivo ampliar los conocimientos sobre su comportamiento a fatiga. Se trata de una aleación de aluminio con, principalmente, zinc, magnesio y cobre. Además, la sigla T6 hace referencia a un tipo de tratamiento térmico específico, el cual consiste en provocar la solución de los aleantes aumentando la temperatura, luego enfriar rápidamente para evitar la segregación de los mismos y, por último, calentar nuevamente a una temperatura menor que la inicial, para formar algunos precipitados, de manera controlada [59].

En el presente capítulo se detallan los procedimientos empleados para caracterizar cada uno de estos materiales, mecanizar las probetas, ensayarlas y, por último, analizar los resultados.

5.1 Caracterización de los materiales

Se realizó un estudio minucioso sobre el aluminio, para conocer la composición química, las características microestructurales y las propiedades mecánicas. Para el acero inoxidable, dicho estudio ya fue realizado por Chaves [37, 52].

5.1.1 Caracterización mecánica

Ensayos de tracción

Se realizaron tres ensayos de tracción según la norma ASTM E466 [39], sobre la aleación de aluminio 7075 T6, de manera de obtener sus propiedades mecánicas. La información del acero AISI 304L fue obtenida previamente por Chaves [37]. La geometría de las probetas utilizadas se puede ver en el apéndice C, figura C.1. Los ensayos fueron realizados en una máquina servohidráulica MTS 810 bajo control por carga, a una velocidad de 500 N/s.

Ensayos de K_{Ith}

Se calculó el Factor de Intensidad de tensiones umbral K_{Ith} para el acero AISI 304L utilizando probetas con entallas muy agudas. El plano de las mismas se puede ver en la figura C.2, en el apéndice C. Esta geometría quedó fuertemente influenciada por las barras de diámetro 22 mm de las cuales se extrajeron, quedando poco margen para modificaciones. Por este motivo, a su vez, no se pudo realizar el ensayo clásico para el cálculo de K_{Ith} y se tuvo que optar por otro método, cuyo procedimiento es muy sencillo. En primer lugar se obtiene una curva $S-N$ de probetas con entallas muy agudas del material sometido a tracción-compresión, con una relación de carga $R = -1$ y se calcula el límite a fatiga. En este caso, se realizaron 18 ensayos hasta el fallo de la probeta o interrumpiéndose a 10.000.000 ciclos. Estos últimos ensayos fueron considerados Run-Out. Una vez obtenida la curva $S-N$, se calculó el límite a fatiga mediante el método de Bettinelli [36].

Conseguido el límite a fatiga, se asume que una entalla muy aguda equivale a una grieta de la misma longitud, por lo que el K_{Ith} se calcula mediante la fórmula obtenida por Smith y Miller [53]. Para obtener dicha fórmula, los autores se basaron en las clásicas investigaciones de Frost y Dugdale [54, 55]

sobre grietas no propagantes.

$$K_{th} \approx 2 \sigma_{FLth} \sqrt{\beta} \quad (5.1)$$

Siendo $\beta = 10$ mm la profundidad de la entalla para esta geometría y $\sigma_{FLth} = 37$ MPa el límite a fatiga de la probeta de la figura C.2. Una tabla con los resultados de cada uno de los ensayos se encuentra en el apéndice D. Por su parte, la tabla 5.1 muestra las tensiones de fluencia y de rotura obtenidas para aluminio y acero, así como también el K_{Ith} obtenido mediante la ecuación 5.1.

Tabla 5.1: Propiedades mecánicas de los materiales utilizados.

Propiedad	Al 7075 T6	Acero 304L
Tensión de Fluencia (σ_y) [MPa]	595	467
Tensión de Rotura (σ_U) [MPa]	657	654
K_{Ith} [MPa \sqrt{m}]	—	7,4

Cabe destacar que los valores obtenidos para el aluminio 7075 T6 se encuentran por encima de lo normal para este material ($\sigma_U \approx 550/600$ MPa). Sin embargo, la dispersión experimental fue muy baja (0,5% entre los extremos) y el módulo de elasticidad calculado con los valores del ensayo resulta muy parecido al habitual para esta aleación, por lo que no hay motivos para desconfiar de los resultados experimentales.

5.1.2 Caracterización química y metalográfica

El estudio metalográfico permite revelar la microestructura del material. Esta etapa es de especial interés a la hora de aplicar el modelo NR, ya que permite conocer el tamaño de grano del material, pieza fundamental en dicho modelo. Nuevamente, así como para las propiedades mecánicas, el acero AISI 304L ya fue caracterizado por Chaves [37]. En la figura 5.1 se observa una microfotografía de una muestra del acero en estudio. En ella se ven granos de austenita sin una dirección de deformación preferente, con bandas de ferrita δ en el interior. El tamaño de grano medio de la muestra es $D = 80 \mu\text{m}$.

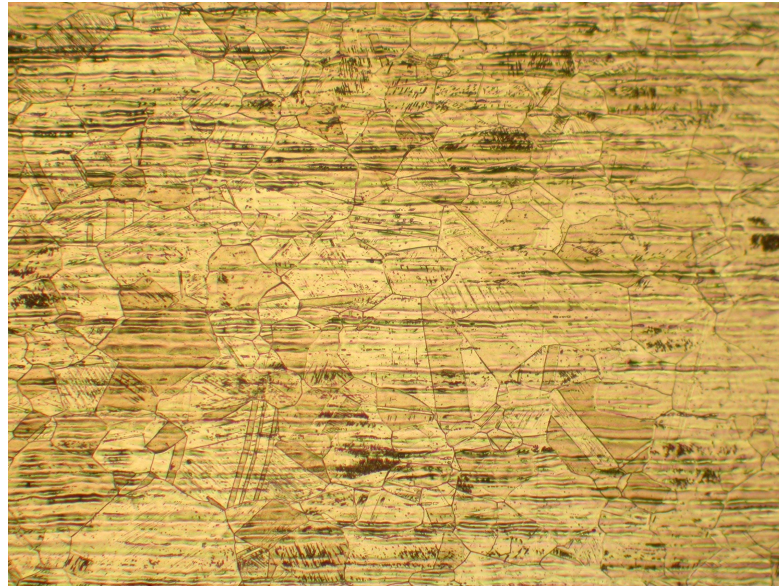


Figura 5.1: Microfotografía del acero AISI 304L.

Para el aluminio 7075 T6, el proceso de caracterización se realizó revelando la microestructura mediante un ataque químico con ácido fosfórico al 10%. Para poder observar la microestructura con esta técnica, la muestra debe estar perfectamente pulida y limpia. Con este fin, se lijaron todos los ejemplares con lijas de granulometría 600, 1200, 2500 y 4000 granos/cm² para posteriormente pulirlas en un disco de paño húmedo cargado con partículas abrasivas de diamante, de 3 μm . Por último, se introdujeron en líquido cristalográfico y se limpiaron por ultrasonido durante 15 minutos.

En la figura 5.2 se observa una microfotografía de una muestra de aluminio 7075 luego del ataque químico. Para estimar el tamaño de grano se utilizó el método de la intersección sobre una línea, definido en la norma ASTM E112-96 “*Standard test methods for determining average grain size*” [40]. El conteo de granos se hizo manual, sobre ocho líneas aleatorias en distintas direcciones. El tamaño de grano calculado mediante este método es de 15 μm .

Por otro lado, la tabla 5.2 muestra la composición química de cada material. Los datos para el acero inoxidable fueron obtenidos de [52].

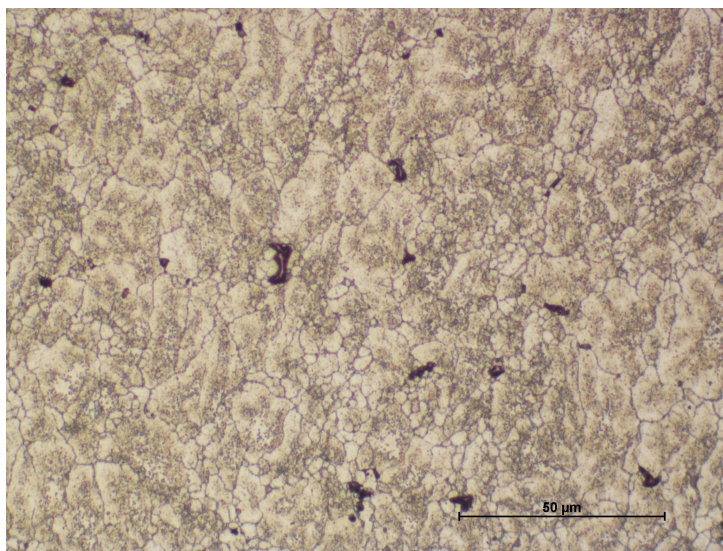


Figura 5.2: Microfotografía de una muestra de aluminio 7075 T6 atacada químicamente con ácido fosfórico al 10%.

Tabla 5.2: Composición química de los materiales.

Acero AISI 304L								
% peso	C	Cr	Ni	Mn	Cu	Si	Mo	Otros
	0,021	18,227	8,148	1,485	0,39	0,34	0,215	0,133
Aluminio 7075								
% peso	Zn	Mg	Cu	Fe	Cr	Si	Ti	Mn
	6,05	2,83	1,21	0,14	0,26	0,04	0,028	0,023

5.2 Preparación de las probetas

Las probetas ensayadas en la presente tesis fueron mecanizadas en su totalidad por el doctorando. Esto permitió una mayor versatilidad a la hora de probar diseños, controlar el proceso en cada momento y realizar una cantidad de probetas no limitada por el factor económico o por el tiempo de demora relacionado con el encargo del trabajo a una empresa externa.

Lógicamente, la etapa más trabajosa resultó ser el mecanizado del agujero central en la probeta hueca. El procedimiento para realizarlo (el cual se verá en las secciones siguientes) fue elegido en base a la experiencia ganada luego de sucesivas pruebas y teniendo en cuenta algunos trabajos donde se realizó un mecanizado similar [38].

5.2.1 Probetas macizas

El proceso de mecanizado se inicia, tanto para las probetas de acero inoxidable AISI 304L como las de aluminio 7075 T6, con el corte de barras de 22 mm y 20 mm de diámetro, respectivamente, en el largo deseado para la probeta, (aproximadamente 180 mm). Esta etapa se realiza con sierra eléctrica.

Posteriormente, con un torno de control manual se realiza un refrentado de las caras y se le hace un “*punto*” en una de ellas, el cual sirve como apoyo para el mecanizado posterior.

Una vez obtenidos los cilindros, se utiliza un torno de control numérico “*EMCO Concept Turn 60*”, mostrado en la figura 5.3. En esta etapa, del cilindro original se obtiene la probeta con el diseño deseado. La tabla 5.3 muestra los parámetros de mecanizado utilizados para las probetas de cada uno de los materiales trabajados. En todos los casos, se trabajó con velocidad de corte constante y con una velocidad de avance muy baja, de manera de mejorar el acabado superficial, optimizando el tiempo de la siguiente etapa (lijado). Además, la profundidad de desbaste se eligió baja también, para no exigir al torno, principalmente cuando se trabajó acero.

Tabla 5.3: Parámetros de mecanizado utilizados en el torno de control numérico.

Parámetro	Aluminio	Acero
Velocidad de corte [m/min]	130	130
Velocidad de avance [mm/s]	0,13	0,10
Profundidad de desbaste [mm/Pasada]	0,07	0,06

Una vez finalizado el mecanizado exterior de la probeta, se les realiza, a algunas de ellas, un agujero ciego en la sección central de diámetro 1 mm y aproximadamente 3 mm de profundidad, con un taladro manual. Esta etapa es la más artesanal del proceso y de las más críticas, de acuerdo a lo visto en la sección 4.4.1. Para intentar conseguir el máximo de precisión, se realiza con un taladro de mano fijo a un soporte y sobre la base de dicho soporte se fija un prisma con un lado cóncavo, sobre el cual se apoya la probeta. El vértice inferior se debe alinear cuidadosamente con la punta de la broca,



Figura 5.3: Torno de control numérico utilizado para mecanizar las probetas ensayadas.



Figura 5.4: Taladro utilizado para el mecanizado del agujero (derecha) y esquema de la alineación (izquierda).

previo a fijar el prisma a la base. En la figura 5.4 se pueden observar un esquema de la alineación y el conjunto real. Por su parte, las velocidades de giro se encuentran en la tabla 5.5.

Finalizada esta etapa, se lija la zona central para eliminar las marcas más grandes del mecanizado, partiendo de una lija de granulometría 200 g/cm², pasando por lijas de 600, 1200, 2500 y finalizando con lija de 4000 g/cm².

Posteriormente, a una de cada dos probetas se le realizan tres medidas de la rugosidad, con el equipo *Mitutoyo Surftest 160107*. Asimismo se mide el diámetro en la zona mínima con un proyector de perfiles. Por último se fotografían con un microscopio en la zona del agujero, en busca de posibles imperfecciones. Esto se realiza con un microscopio *Nikon Optishot 66*.

La figura 5.5 muestra un esquema de todo el proceso hasta llegar a la probeta utilizada en los ensayos a fatiga. Las medidas finales fueron elegidas siguiendo los parámetros establecidos en la norma ASTM E 466 -07 para ensayos de fatiga a tracción [41] y las recomendaciones obtenidas del análisis por elementos finitos vistas en el capítulo 4.

5.2.2 Probetas huecas

El proceso de mecanizado de las probetas huecas consta de, básicamente, las mismas etapas que para el caso de las probetas macizas, sumadas a las referentes al mecanizado del taladro central.

Inicialmente, se parte de las mismas barras y se las secciona en cilindros de 150 mm de altura. Posteriormente se refrentan las caras y se realiza el *punto*, como soporte para el mecanizado en el torno numérico. Sin embargo, antes de pasar a la etapa de control numérico, se realiza un taladro ciego de diámetro 13 mm sobre la cara que no tiene el punto, en la dirección del eje de la barra. Para lograr un trabajo con un acabado superficial aceptable, se inicia el proceso con una broca de centro, de diámetro 2 mm, luego se pasa una broca de diámetro 11 mm, seguida de una de 12,75 mm, para finalizar con un escariador de 13 mm de diámetro. Cabe destacar en este punto que la altura del taladro ciego es tal que sobre la sección calibrada de la probeta, donde se encuentra la entalla, ésta se comporta como un tubo. De esta manera, a los fines del ensayo, las tensiones son las mismas que las que existirían si el agujero fuera pasante, y se gana en tiempo de mecanizado y en precisión del taladro. En la tabla 5.4 se pueden ver las velocidades de giro para cada broca y material, elegidas en base a la experiencia. La velocidad de avance de las

brocas fue manual y en todos los casos se utilizó *taladrina* en abundancia para mantener la temperatura lo más baja posible. Esta etapa se realiza en un tiempo aproximado de 30 minutos por probeta.

Tabla 5.4: Revoluciones por minuto elegidas para el mecanizado del agujero central, para cada herramienta y material.

Herramienta	RPM	
	Acero	Aluminio
Broca de Centrar	775	775
Broca 11 mm	320	425
Broca 12, 75 mm	320	425
Escariador 13 mm	220	320

Obtenido el cilindro con el agujero ciego central, se pasa al torno de control numérico, al igual que para las probetas macizas. Finalizada esta etapa, a la mayoría de las probetas se les realizan agujeros pasantes de 1, 2 o 3 mm de diámetro sobre la sección central. Este proceso se realiza nuevamente con el taladro manual (figura 5.4). Las revoluciones para cada broca elegida, por material, se encuentran en la tabla 5.5. Cabe destacar que para los taladros de diámetro mayor a 1 mm, el proceso se lleva a cabo en dos etapas, realizando primero un taladro de 1 mm y luego el definitivo. Esto mejora notablemente el acabado superficial de la pared del agujero.

Tabla 5.5: Revoluciones por minuto elegidas para el mecanizado de la entalla, para cada herramienta y material.

ϕ Broca	RPM	
	Aluminio	Acero
1 mm	10.000	8.000
2 mm	7.000	6.000
3 mm	5.000	5.000

Realizado el agujero pasante en la sección calibrada, la superficie externa de las probetas se lija, con las mismas lijas que en el caso de las macizas. Posteriormente se mide la rugosidad interna y externa a una de cada dos probetas. Para obtener una medida más representativa, se realizan tres mediciones de la rugosidad por superficie.

A este tipo de probetas, además, se les mide el espesor de la pared, como una medida indirecta de la concentricidad del taladro central respecto del cilindro original. Esto se realiza con un medidor de espesor en dial.

Por último se fotografían con el microscopio *Nikon Optishot 66* en la zona del agujero central.

La figura 5.5, muestra un esquema de todas las etapas del proceso descritas.

5.2.3 Probetas utilizadas

Como se mencionó en las secciones previas, referidas al mecanizado de las probetas, se mecanizaron distintos modelos, con pequeñas variaciones. Estos cambios se tuvieron que realizar por distintos factores, entre ellos, capacidades de carga de las máquinas, diámetro de las entallas que se quisieron mecanizar, problemas de rotura por la zona del agarre, etc. La tabla 5.6 muestra, a modo de resumen, las características geométricas de cada tipo de probeta utilizada en cada uno de los ensayos realizados, junto con un código para facilitar su identificación. Por su parte, los planos de cada una de ellas y una breve explicación del motivo del diseño se encuentran en el apéndice C.

A su vez, las tablas 5.7, 5.8, 5.9 y 5.10 muestran información de las medidas de cada una de ellas. En concreto, en la tabla 5.7 se encuentran el diámetro medio (\bar{d}_s) y los promedios de las rugosidades medias ($\bar{\mu}_{mE}$) y máximas ($\bar{\mu}_{ME}$) de las probetas macizas sin entalla, las cuales sólo se hicieron de aluminio. Por su parte, en la tabla 5.8 se muestra la misma información para las probetas macizas con entallas, por lo que también se suman a la tabla el diámetro medio (\bar{d}_n) y la profundidad media (\bar{h}_n) del agujero.

La tabla 5.9 muestra las características medidas más importantes de las probeta huecas. En ella se observan los promedios de los diámetros externos e internos, (\bar{d}_{sE}) y (\bar{d}_{sI}) respectivamente, los promedios de las rugosidades máximas y medias medidas sobre la superficie externa, ($\bar{\mu}_{ME}$) y ($\bar{\mu}_{mE}$), y los promedios de las rugosidades máximas y medias sobre la superficie interna, ($\bar{\mu}_{MI}$) y ($\bar{\mu}_{mI}$). Por último, la tabla 5.10 muestra los diámetros medios de los agujeros realizados sobre probetas huecas y la concentricidad de estas últimas. Así pues, d_{n1} , d_{n2} y d_{n3} son los promedios de los diámetros de agujeros cuando se buscaba que estos fueran de 1, 2 y 3 mm, respectivamente.

Es importante destacar que, tanto para probetas huecas de acero como de

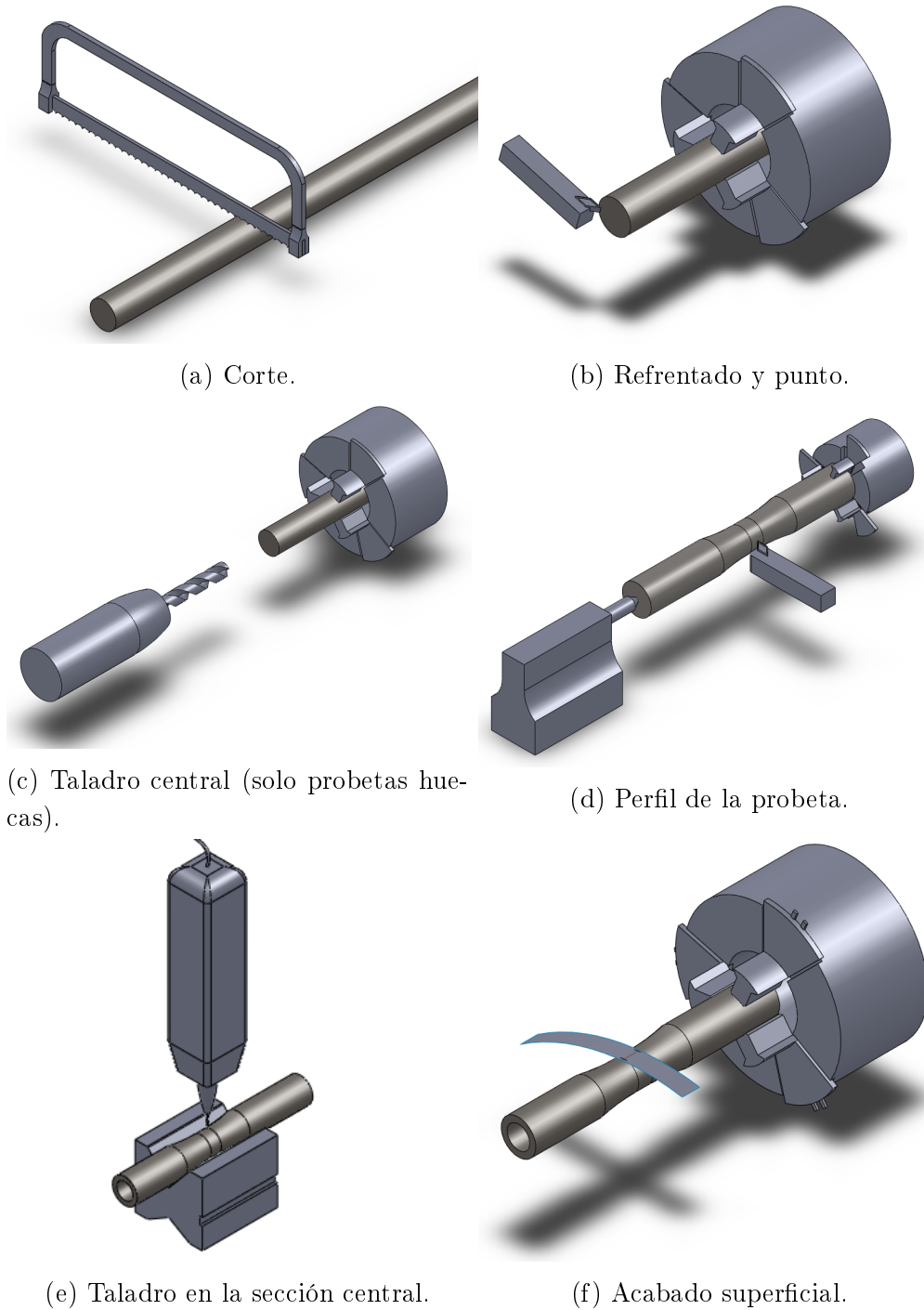


Figura 5.5: Esquema de las etapas del mecanizado de las probetas ensayadas.

Tabla 5.6: Características geométricas de las probetas utilizadas.

Mat	Cod ¹	Carga ²	Sec ³	Características geométricas				Figura
				SC ⁴	d_{sE} [mm]	R_{ac} [mm] ⁵	d_{sI} [mm]	
Aluminio	M-Al1	To	M	RE	14	80	-	C.3
	M-Al2	Tr	M	RC	7	99	-	C.4
	M-Al3	Tr	M	RE	12	120	-	C.5
	T-Al1	Tr-To-B	H	RE	16	114	13	C.6
	T-Al2	Tr	H	RC	15	131	13	C.7
Acero	M-Ac1	To	M	RC	12,5	122	-	C.8
	M-Ac2	Tr	M	RC	10,5	120	-	C.9
	T-Ac1	Tr-To-B	H	RE	16	114	13	C.6

¹ Código de identificación de las probetas.

² Tipo de carga a la que fue sometida (Tr: Tracción ; To: Torsión ; B: Biaxial)

³ Tipo de sección (M: Maciza ; H: Hueca)

⁴ Tipo de sección calibrada (RC : Radio continuo ; RE: Recta)

⁵ Radio de acuerdo entre la sección de mínimo diámetro y las secciones de agarre

Tabla 5.7: Características de las probetas de Aluminio 7075 T6 macizas sin entalla ensayadas a fatiga.

Tipo de Carga	Material	Cod ¹	\bar{d}_s [mm]	$\bar{\mu}_{ME}$ [μm]	$\bar{\mu}_{mE}$ [μm]
Torsión	Aluminio	M-Al1	$13,83 \pm 0,04$	$1,2 \pm 0,4$	$0,13 \pm 0,04$
Tracción	Aluminio	M-Al2	$7,17 \pm 0,06$	$1,2 \pm 0,4$	$0,13 \pm 0,04$

¹ Código de la probeta utilizado en la tabla 5.6

aluminio, en la tabla 5.10, se observa que la concentricidad está por debajo del máximo admisible de 200 μm visto en la norma ASTM 2207 y en los resultados del análisis por elementos finitos (capítulo 4).

Tabla 5.8: Características de las probetas macizas con entallas ensayadas a fatiga.

Tipo de Carga	Material	Cod ¹	\bar{d}_s [mm]	\bar{d}_n [mm]	\bar{h}_n [mm]	$\bar{\mu}_{ME}$ [μm]	$\bar{\mu}_{mE}$ [μm]
Tracción	Aluminio	M-Al3	12,10 \pm 0,04	1,10 \pm 0,06	3,1 \pm 0,4	1,2 \pm 0,4	0,13 \pm 0,03
Torsión	Acero	M-Ac1	12,49 \pm 0,01	1,07 \pm 0,02	2,83 \pm 0,14	1,4 \pm 0,3	0,2 \pm 0,16
Tracción	Acero	M-Ac2	10,45 \pm 0,04	1,06 \pm 0,02	3,0 \pm 0,7	1,4 \pm 0,3	0,2 \pm 0,14

¹ Código de la probeta utilizado en la tabla 5.6

Tabla 5.9: Características de las probetas huecas ensayadas a fatiga.

Material	Cod ¹	\bar{d}_{sE} [mm]	\bar{d}_{sI} [mm]	$\bar{\mu}_{ME}$ [μm]	$\bar{\mu}_{mE}$ [μm]	$\bar{\mu}_{MI}$ [μm]	$\bar{\mu}_{mI}$ [μm]
Aluminio	T-Al1	15,96 \pm 0,09	13,04 \pm 0,01	1,5 \pm 0,8	0,13 \pm 0,08	7 \pm 3	0,6 \pm 0,3
Acero	T-Ac1	15,92 \pm 0,08	13,03 \pm 0,01	1,7 \pm 1,2	0,2 \pm 0,15	19 \pm 11	1,6 \pm 0,8

¹ Código de la probeta utilizado en la tabla 5.6

Tabla 5.10: Diámetro promedio de las entallas sobre probetas huecas y concentricidad de las mismas para cada material.

Material	Cod	d_{n1} [mm]	d_{n2} [mm]	d_{n3} [mm]	Concentricidad [μm]
Aluminio	T-Al1	1,06 \pm 0,02	2,02 \pm 0,02	3,22 \pm 0,09	90 \pm 50
Acero	T-Ac1	1,07 \pm 0,04	2,07 \pm 0,04	3,02 \pm 0,04	80 \pm 40

¹ Código de la probeta utilizado en la tabla 5.6

5.3 Ensayos de fatiga

Se realizaron ensayos de fatiga, con el fin de obtener curvas de tensión en función del número de ciclos necesarios para el fallo (curvas $S-N$) para probetas de ambos materiales, bajo distintos tipos de carga y con agujeros de

diferentes diámetros, como se vio en la sección anterior.

Los ensayos se realizaron en tracción-compresión (σ^∞), con una relación de carga $R = -1$, en torsión alternativa (τ^∞) y combinando tracción y torsión con una relación $\sigma^\infty = \tau^\infty$.

En todos los casos se trabajó con amplitud de tensión constante, calculando a esta última sin tener en cuenta la presencia de la entalla. Así pues:

$$\begin{aligned}\sigma^\infty &= \frac{F}{A_s} \\ \tau^\infty &= \frac{T \cdot d_s}{2I}\end{aligned}$$

siendo F la fuerza aplicada, A_s el área resistente que tendría la probeta si no tuviera una entalla, T el momento torsor aplicado e I el momento de inercia que tendría la probeta si no tuviera entalla.

La tabla 5.11 muestra la cantidad de ensayos válidos por material, tipo de probeta y tipo de carga.

Tabla 5.11: Cantidad de ensayos para cada material y tipo de carga.

Tipo de probeta			Cantidad de ensayos		
Material	Sección	d_n [mm]	σ^∞	τ^∞	$\sigma^\infty = \tau^\infty$
Aluminio	Maciza	0	13	9	—
		1	13	—	—
	Hueca	0	—	10	—
		1	12	9	10
		2	21	10	—
		3	12	—	—
Acero	Maciza	1	15	10	—
	Hueca	0	15	9	—
		1	27	14	11
		2	13	11	—
		3	10	—	—

Cada curva S-N tiene un mínimo de 9 ensayos, considerando Run-Out aquellos de acero inoxidable que no fallaron luego de, al menos, $3,5 \times 10^6$ ciclos. Dicho valor se eligió basado en la experiencia previa del grupo con este material y en la frecuencia de ensayo elegida. Por último, cabe destacar que

tanto los ensayos como el análisis estadístico posterior se hicieron siguiendo las normas ASTM correspondientes [41, 42] y el límite a fatiga se calculó siguiendo el método de Bettinelli et al [36]. Dicho método se basa en estimar el límite de fatiga utilizando un método de máxima verosimilitud, teniendo en cuenta tanto los fallos como los *Run Outs* y los niveles de carga.

En total, contando ensayos válidos y pruebas, se realizaron 345 ensayos, lo que implica aproximadamente 1×10^9 ciclos.

5.3.1 Ensayos de fatiga a tracción-compresión

Los ensayos de fatiga a tracción-compresión fueron realizados con una relación de carga $R = -1$. Se utilizaron dos máquinas, una de resonancia, Rumul Testronic 100 kN (figura 5.6) y una máquina servohidráulica MTS 809 Biaxial 100 kN (figura 5.7). La mayor parte de los ensayos fueron conducidos en la máquina Rumul, ya que este tipo de máquinas tienen la capacidad de ensayar a la frecuencia de resonancia del conjunto “*muestra-máquina*”, la cual es en torno a un orden de magnitud más alta que las frecuencias alcanzadas en los ensayos en máquinas servohidráulicas normales [46]. Paralelamente poseen otras ventajosas características dentro de las que se puede nombrar el menor consumo (1/100), menor mantenimiento y menor volumen, entre otras [47]. Para utilizarla en ensayos con las cargas requeridas (entre 5 y 30 kN), se adaptó un conjunto de mordazas hidráulicas, ya que las provistas por el fabricante son mecánicas, y la fuerza de agarre a la probeta se la debe dar el operario, mediante un juego de palancas, no quedando siempre bien sujeta. Dicha adaptación no fue tarea sencilla, ya que cualquier mínimo desajuste durante el ensayo que cambie levemente la rigidez del conjunto, cambia la frecuencia de resonancia, impidiendo el correcto control de la máquina.

Para los materiales utilizados y las probetas diseñadas, las frecuencias de los ensayos estuvieron comprendidas en un rango entre 80 y 130 Hz, en la máquina Rumul, mientras que en la máquina servohidráulica MTS 809 se trabajó con una frecuencia fija de 8 Hz.

5.3.2 Ensayos de fatiga a torsión alternativa

Los ensayos de fatiga a torsión alternativa se realizaron en la máquina servohidráulica MTS 809 Biaxial 100 kN (figura 5.7), con una relación de carga, $R = -1$. La frecuencia de los ensayos fue en todos los casos la misma, e igual

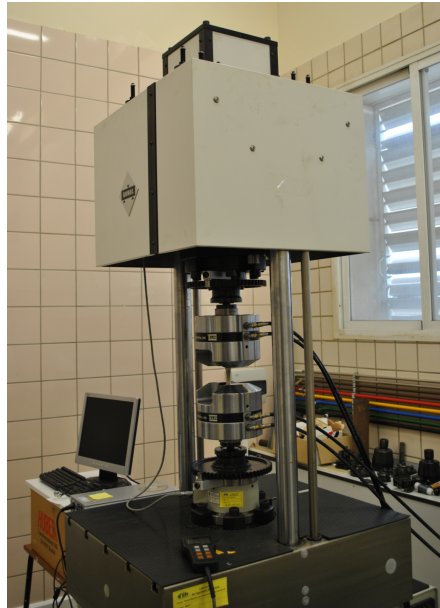


Figura 5.6: Máquina de ensayos universal Rumul Testronic 100 kN.

a 8 Hz.

5.3.3 Ensayos de fatiga a tracción y torsión en fase

Los ensayos de fatiga a tracción y torsión en fase, también se realizaron en la máquina servohidráulica MTS 809 Biaxial, vista en la figura 5.7. Se eligió una relación de carga $\sigma^\infty = \tau^\infty$. La frecuencia de ensayo fue nuevamente de 8 Hz.

5.4 Punto de iniciación y dirección de grieta en los ensayos de fatiga

Una vez terminados los ensayos de fatiga, se fotografiaron las probetas en la zona del agujero en aquellos casos en los que hubo fallo. Posteriormente se midió el punto del contorno de la entalla desde donde parte la grieta (definido por θ en el presente trabajo) y también la dirección de la grieta a $500 \mu\text{m}$, respecto del eje X definido en la figura 4.5, la cual se tomó como θ_1 . Ambas variables se pueden observar en la figura 3.3 donde se definieron para explicar el modelo NR. Sin embargo, para recordarlas, se incluye un esquema similar,

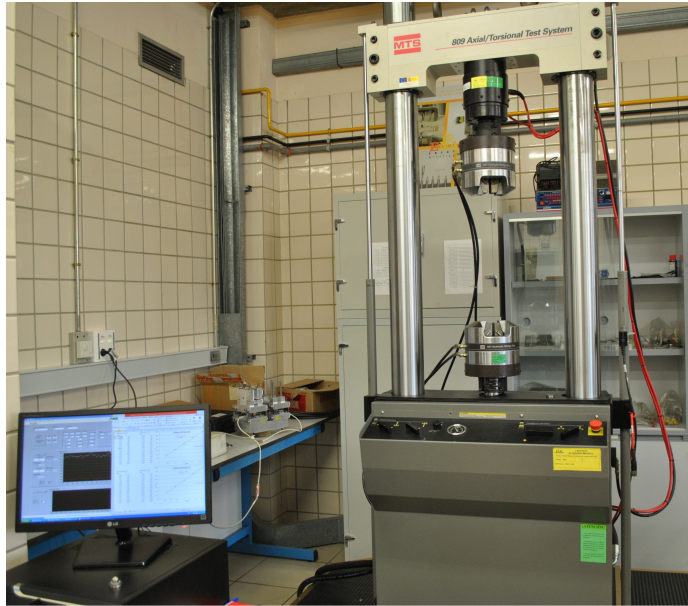


Figura 5.7: Máquina de ensayos universal MTS 809 Biaxial 100 kN.

el cual se ve en la figura 5.8.

En dicho esquema se utilizan los ejes definidos en la figura 4.5, cuyo centro es coincidente con el eje de revolución del agujero y el plano $Z = 0$ es tangente a la superficie externa de la probeta. Así pues, en la práctica, para conocer θ se alineó el eje longitudinal de la probeta con la cámara, de manera que el eje Y coincida con la dirección vertical de la fotografía. Posteriormente se trazó una recta desde el centro del agujero hasta el inicio de la grieta y se midió el ángulo que esta formaba con el eje X, es decir, con la horizontal de la fotografía. Para conocer θ_1 , se trazó una recta de $500 \mu\text{m}$ de longitud, partiendo desde el punto de inicio alrededor de la entalla, en la dirección de la grieta, y se midió el ángulo entre esta y, nuevamente, el eje X.

Además, como complemento a lo medido en la superficie de la probeta, se realizó un desbaste de $750 \mu\text{m}$ en una probeta ensayada a tracción, $350 \mu\text{m}$ en una ensayada a torsión y $450 \mu\text{m}$ para la sometida a cargas biaxiales y se observó nuevamente el punto de inicio y la dirección de la grieta en esa profundidad. Estos valores no fueron escogidas arbitrariamente, son los sitios donde el análisis por elementos finitos reveló la máxima concentración de tensiones. Esto se realizó sobre tres probetas huecas de acero inoxidable con entallas de diámetro 1 mm. El objetivo principal fue observar si la dirección medida sobre la superficie es representativa de lo que sucede a lo largo de

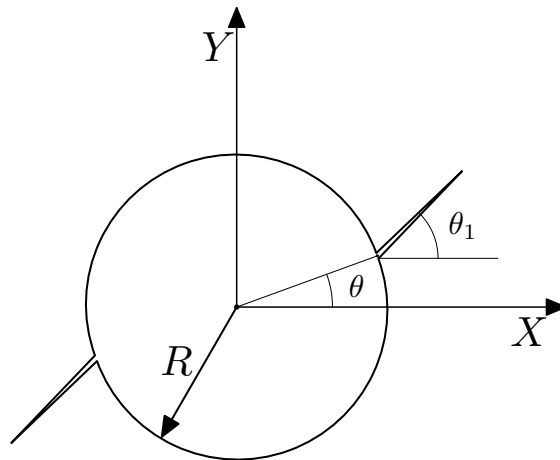


Figura 5.8: Esquema de las variables utilizadas para definir el punto de inicio y la dirección de grieta.

toda la profundidad de la entalla.

Todas las imágenes fueron obtenidas con el microscopio *Nikon Optishot 66* y analizadas mediante el software Perfect Image V7.8.

5.5 Superficie de grieta

Se observó la superficie de fractura de algunas probetas ensayadas a tracción mediante microscopía electrónica, con el microscopio electrónico de barrido de emisión de campo “*FEI TENEO*”. Esto se realizó con el objetivo principal de encontrar la posición del inicio de la grieta a lo largo de la profundidad del agujero.

Por otra parte, las mismas probetas también fueron observadas con un Perfilómetro óptico 3D sin contacto, “*Sensofar S-Neox*”. Esta técnica permite el armado de una imagen en tres dimensiones de la superficie de la grieta. Del mismo modo que la técnica de desbaste, el objetivo es conocer si el ángulo medido sobre la superficie externa (con el microscopio óptico) es realmente representativo de lo que sucede a lo largo de toda la entalla.

Capítulo 6

Resultados y discusión de los ensayos a fatiga

Luego de diseñar las probetas en base a las normas [41, 43] y a los cálculos realizados por elementos finitos (capítulo 4) y habiéndolas mecanizado, se procedió a la realización de los distintos ensayos a fatiga. En el presente capítulo se muestran y analizan dichos resultados experimentales.

Para facilitar la comprensión de los datos, el capítulo se organiza por material, evaluándose para cada uno las mismas características. Por otro lado, se presentan sólo las curvas $S-N$, dejando la información referente a cada ensayo en los apéndices D y E.

6.1 Acero Inoxidable AISI 304L

Como se mencionó previamente, el acero inoxidable se caracterizó en muchos trabajos previos del grupo de investigación. Dentro de esos trabajos, se encuentra el comportamiento a fatiga del material macizo sin entalla, para cargas a tracción (σ^∞), torsión (τ^∞) y distintas combinaciones de ambas, en fase. La tabla 6.1 muestra los resultados obtenidos por Chaves [52].

Tabla 6.1: Límites de fatiga para acero AISI 304L obtenidos por Chaves [52].

Tipo de Carga	Límite a fatiga [MPa]
σ^∞	315
τ^∞	288
$0,5\sigma^\infty = \tau^\infty$	$\sigma^\infty = 283$ $\tau^\infty = 141,5$
$\sigma^\infty = \tau^\infty$	$\sigma^\infty = 215$ $\tau^\infty = 215$
$2\sigma^\infty = \tau^\infty$	$\sigma^\infty = 125$ $\tau^\infty = 250$
$4\sigma^\infty = \tau^\infty$	$\sigma^\infty = 70,75$ $\tau^\infty = 283$

6.1.1 Curvas S-N

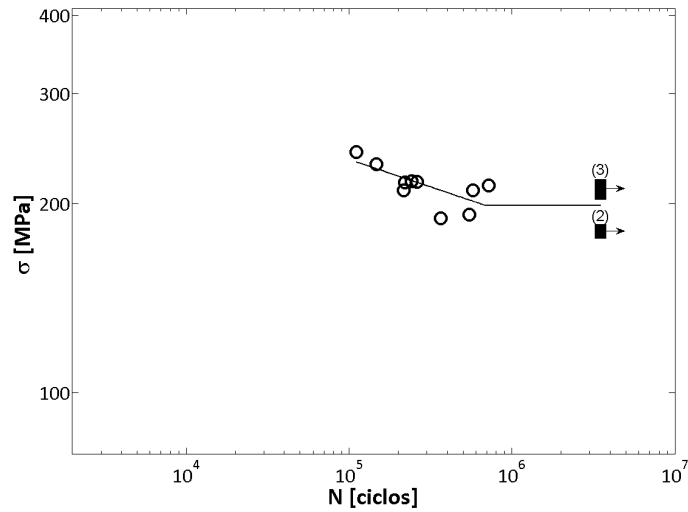
Probetas macizas - entalla de 1 mm

Para acero AISI 304L sólo se ensayaron probetas macizas con entallas de 1 mm de diámetro, a tracción y torsión. Los resultados se pueden observar en las figuras 6.1, las cuales muestran las curvas $S-N$ obtenidas, junto con la función potencial que mejor ajusta, calculada por el método de los mínimos cuadrados, y el límite de fatiga calculado por el método de Bettinelli [36]. La figura superior corresponde a los ensayos a tracción mientras que la inferior a torsión.

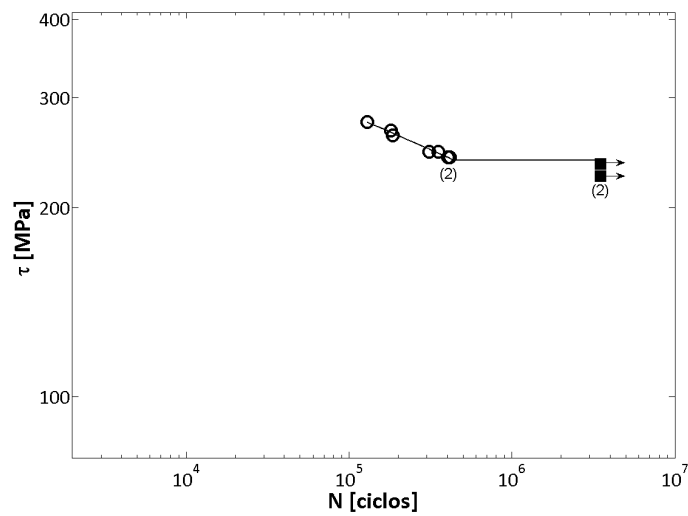
El límite a fatiga calculado según el método de Bettinelli es de 199 MPa para tracción y 238 MPa para torsión.

Probetas huecas

La mayor parte de los ensayos de acero se llevaron a cabo sobre probetas huecas. Todas ellas, con la misma geometría pero distinto diámetro de entalla, como fue visto en la sección 5.3.



(a) Tracción. Probeta tipo M-Ac2. Máquina de ensayos MTS 809.



(b) Torsión. Probeta tipo M-Ac1. Máquina de ensayos MTS 809.

Figura 6.1: Curvas $S-N$ de probetas macizas de acero con entalla de diámetro 1 mm a tracción (a) y torsión (b).

Probetas huecas - sin entalla

En primer lugar se realizaron dos curvas $S-N$, una a tracción y otra a torsión, sobre probetas huecas sin entalla. Esto se realizó para comparar con los resultados obtenidos por Chaves [52] para probetas macizas, vistos en la tabla 6.1. La principal motivación para realizar estos ensayos es ver como afecta el mecanizado del agujero central, ya sea a través de posibles tensiones residuales, o bien por el simple hecho de no poder pulir la superficie interna, lo que se ve reflejado en una mayor rugosidad (tabla 5.9). A priori se puede esperar, por cualquiera de estos dos efectos, que el límite a fatiga para cargas a tracción caiga, mientras que el caso a torsión prácticamente no se vea afectado. Esto último debido a que las tensiones para cargas a torsión son máximas en la superficie exterior, por lo que cambios en la superficie interna no deberían afectar.

Las figuras 6.2 muestran las curvas $S-N$ obtenidas para cargas a tracción (superior) y a torsión (inferior).

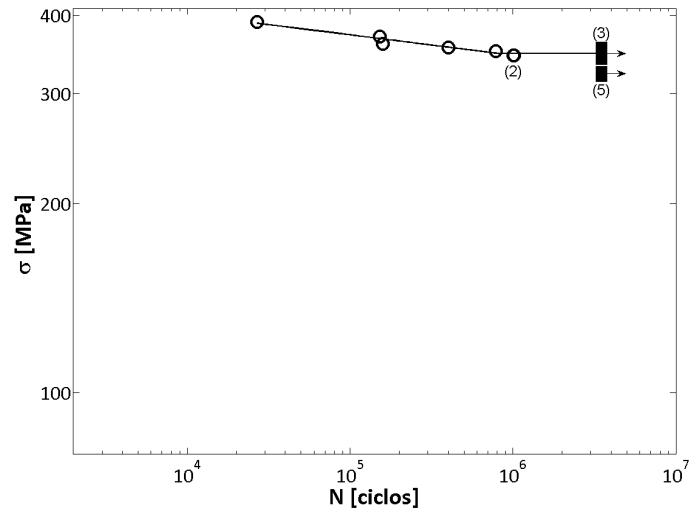
De la curva a torsión se puede destacar la gran dispersión de los puntos experimentales y, sobretudo, el pequeño intervalo de tensiones dentro del cual hay fallos en menos de 10.000 ciclos y *Run-Outs*.

Los límites de fatiga calculados según el método de Bettinelli resultan 347 MPa para cargas a tracción y 262 MPa para cargas a torsión. Por su parte, la tabla 6.2 muestra la comparación entre estos resultados y los obtenidos por Chaves [52] para probetas macizas.

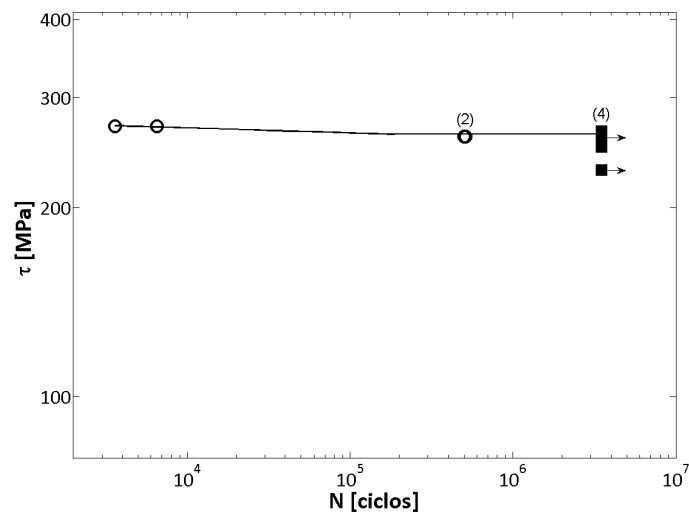
Tabla 6.2: Límites de fatiga para ensayos a tracción y torsión sobre probetas huecas y macizas de acero AISI 304L sin entalla.

Tipo de Carga	Macizas	Huecas	Variación %
Tracción	315 MPa	347 MPa	+10
Torsión	288 MPa	262 MPa	−9

Los resultados mostrados en la tabla 6.2 llaman la atención para ambos tipos de carga. Por un lado, para cargas a torsión se observa un descenso del límite a fatiga en las probetas huecas, cuando era esperable que no hubiera grandes diferencias entre ambas. Sin embargo, el caso que sorprende es el de cargas a tracción, donde el efecto que se observa es el opuesto al esperado, dado que las probetas huecas presentan un mayor límite a fatiga. Es importante



(a) Tracción. Probeta tipo H-Ac1. Máquina de ensayos MTS 809.



(b) Torsión. Probeta tipo H-Ac1. Máquina de ensayos MTS 809.

Figura 6.2: Curvas $S-N$ de probetas huecas de acero sin entalla a tracción (a) y torsión (b).

destacar en este punto que los ensayos realizados por Chaves se llevaron a cabo en la misma máquina y con la misma frecuencia.

Hasta el momento de escritura de la presente tesis no se encontró, de manera fehaciente, una explicación a esta diferencia en los dos límite de fatiga a tracción, quedando como trabajo a futuro, la repetición de ambas curvas $S-N$, dado que puede tratarse sólo de una dispersión estadística.

Al realizar nuevamente los ensayos, sería muy bueno observar en todo momento la temperatura de la probeta. Esto surge de la experiencia con las probetas macizas entalladas, las cuales, en algunas pruebas realizadas inicialmente, se calentaron hasta alcanzar un color oscuro en la superficie. Dicho proceso podría haber sucedido también en las probetas macizas sin entalla y haber provocado un deterioro de sus propiedades. Cabe destacar que ese proceso de merma de las propiedades a fatiga debido a un aumento de la temperatura sucede habitualmente, pero para ensayos a frecuencias dos o tres órdenes de magnitud superior, en los cuales las temperaturas alcanzadas pueden superar los $300^{\circ}C$ [60, 61]. Sin embargo, algunos autores que han realizado ensayos sobre aceros inoxidable obtuvieron resultados distintos, variando la frecuencia en un rango entre 0,2 y 10 Hz, diferencias que eliminaron al controlar la temperatura en todos los ensayos [62]. Por ahora este razonamiento no pasa de ser una mera especulación, alimentada por el hecho de que las probetas macizas tienen más área resistente y una menor superficie para disipar calor que las huecas, lo que podría provocar un mayor aumento de la temperatura.

Probetas huecas - entalla de 1 mm

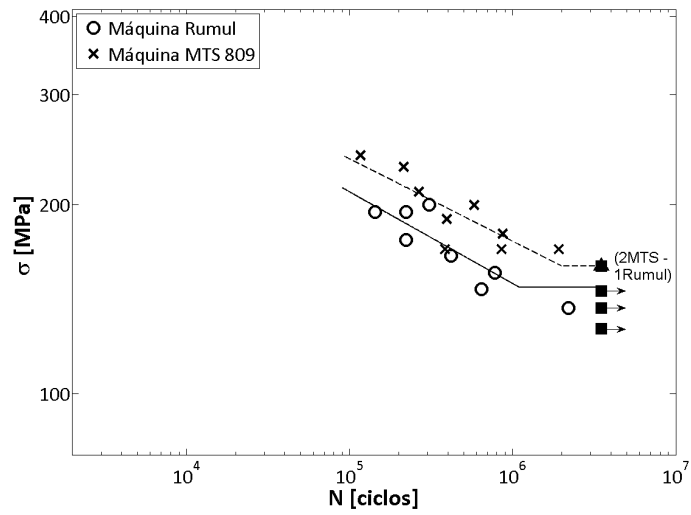
Los siguientes ensayos se realizaron con entallas de 1 mm de diámetro bajo cargas de tracción, torsión y a tracción y torsión en fase, con $\sigma^{\infty} = \tau^{\infty}$. Los ensayos bajo cargas a torsión y biaxiales se realizaron en la máquina MTS 809. Para las cargas a tracción se realizaron dos curvas $S-N$, una en la citada máquina MTS 809 y otra en la máquina resonante Rumul Testronic. El objetivo de esto último fue poder comparar la influencia de ambas máquinas. Las figuras 6.3 muestran las curvas $S-N$ obtenidas. En la figura superior, se encuentran dos curvas, una correspondiente a la máquina MTS 809 (discontinua) y otra correspondiente a la máquina Rumul (continua), ambas a tracción. La figura intermedia muestra los resultados obtenidos a torsión,

mientras que la curva inferior se realizó para cargas biaxiales.

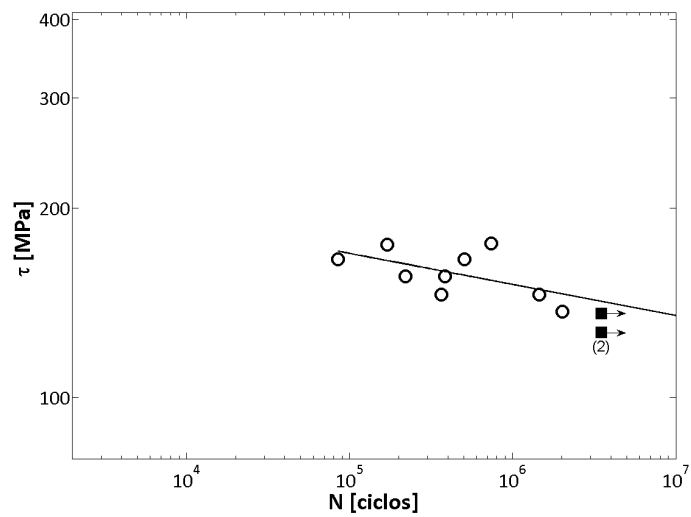
La figura 6.3a muestra que prácticamente todos los puntos de la curva realizada en la máquina de ensayos Rumul están por debajo de aquellos obtenidos en la máquina MTS 809. Como se vio en la sección 5.3.1, ambas máquinas ensayan a frecuencias muy distintas. En este caso, la frecuencia de trabajo promedio en la máquina Rumul fue de 120 Hz, mientras que en la máquina MTS 809 fue de 8 Hz. Esto parece indicar que la frecuencia afecta de manera negativa a las propiedades a fatiga del acero AISI 304L, lo que va en contra de la norma de ensayos de fatiga a tracción, la que afirma que para un rango de frecuencias entre 10^{-2} y 10^2 Hz no deberían existir diferencias [41]. Además, como se dijo recientemente al analizar el caso de las probetas macizas y huecas sin entalla, en la mayoría de artículos en los que se evalúa la influencia de la frecuencia de ensayo en las propiedades a fatiga, se encuentran diferencias recién con frecuencias dentro del rango de los kHz [63, 64], las cuales son atribuidas a efectos térmicos. Sin embargo, esto último no parece ser la explicación para estas diferencias, dado que las probetas tienen entallas, por lo que la zona sometida a tensiones elevadas es muy pequeña y parece factible que se pueda disipar fácilmente el calor. En este caso, la explicación parece estar relacionada con la dispersión estadística dado que son pocos los ensayos realizados como para obtener una conclusión acerca del efecto de la frecuencia. Esto último es alimentado por los resultados que obtuvo J. T. Ransom [56]. Dicho autor realizó 10 curvas *S-N* de 10 ensayos cada una, con probetas de la misma barra y con la misma geometría, obteniendo diferencias de hasta un 20% entre las curvas extremas.

Por otra parte, las curvas a torsión y biaxial tienen mucha dispersión experimental, al igual que sucedió con la curva a torsión sin entalla (figura 6.2b). Siguiendo con el análisis, se calcularon los límites a fatiga según el método de Bettinelli, resultando a tracción 160 MPa y 148 MPa para las máquinas MTS 809 y Rumul, respectivamente, 133 MPa a torsión y 117 MPa para cargas biaxiales.

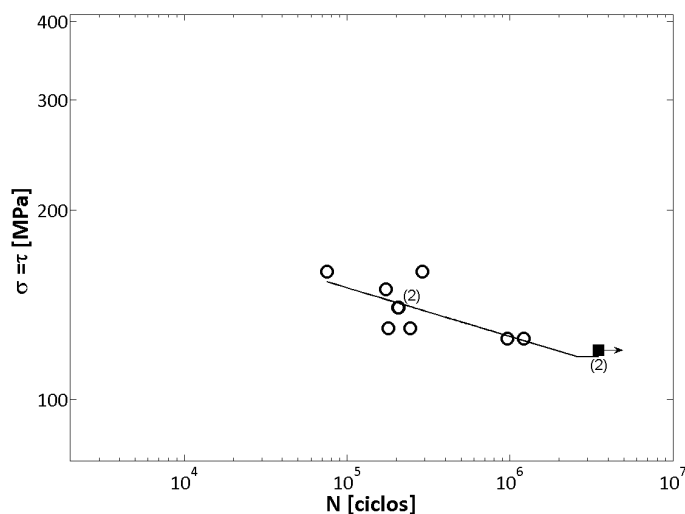
Llama mucho la atención la caída del límite de fatiga para probetas huecas entalladas respecto de las probeta macizas con entallas similares. La tabla 6.3 muestra una comparación entre los resultados obtenidos para probetas macizas y huecas con entallas de 1 mm sometidas a cargas de tracción y torsión. Cabe destacar que de las dos curvas a tracción, se tomó la realizada en la máquina MTS 809, ya que la curva para probetas macizas se realizó en esa misma máquina.



(a) Tracción. Probeta tipo H-Ac1. Línea continua, máquina de ensayos Rumul. Línea discontinua, máquina de ensayos MTS 809.



(b) Torsión. Probeta tipo H-Ac1. Máquina de ensayos MTS 809.



(c) Biaxial. Probeta tipo H-Ac1. Máquina de ensayos MTS 809.

Figura 6.3: Curvas $S-N$ de probetas huecas de acero con entalla de diámetro 1 mm a tracción (a), torsión (b) y biaxial (c).

Tabla 6.3: Límites de fatiga para ensayos a tracción y torsión sobre probetas huecas y macizas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro.

Tipo de Carga	Macizas	Huecas	Variación %
Tracción	199 MPa	160 MPa	-19
Torsión	238 MPa	133 MPa	-44

No dejan de sorprender los resultados obtenidos, principalmente porque para estas mismas probetas, pero sin entalla (tabla 6.2), son muy distintos. En el caso a tracción, directamente el efecto es inverso, dado que las probetas huecas tienen un límite a fatiga mayor. Para torsión, la tendencia es la misma, pero las variaciones en probetas sin entalla son mucho menores que en este caso. Por este motivo, cuesta mucho creer que la razón por la cual se produce esta caída sea por el mecanizado del agujero central, duda que siempre existe, ya que no se pudo mejorar el acabado superficial interno.

Dado que los campos de tensiones son prácticamente iguales (como se vio en el capítulo 4), es poco probable que la diferencia entre ambos comportamientos esté en la etapa de iniciación de la grieta. Pensando que la tensión en la

superficie de la entalla es la misma, y las grietas no se inician cerca de la superficie interna en las probetas huecas, como cabe esperar por los análisis de elementos finitos, el proceso debería darse de igual manera en ambos casos. Por lo tanto, parece lógico pensar que la diferencia se encuentre en la etapa de propagación. En el caso de las probetas huecas, una vez que la grieta crece algunos μm empieza a notar la presencia de ambas superficies (interna y externa) y al alcanzarlas, se propaga como en una placa semiinfinita y no encuentra nada que la detenga. En el caso de la probeta maciza, el tipo de propagación es distinto, ya que la grieta nunca se hará pasante. Si este razonamiento es correcto, en las probetas macizas que resultaron *Run-Out*, se deberían encontrar microgrietas no propagantes, del tamaño para el cual en la probeta hueca notarían la presencia de ambas superficies. Esto último todavía no ha sucedido.

Por otro lado, nuevamente es importante remarcar que si bien los resultados muestran una clara tendencia, es necesario aumentar la cantidad de puntos experimentales para obtener una conclusión final.

Probetas huecas - entalla de 2 mm

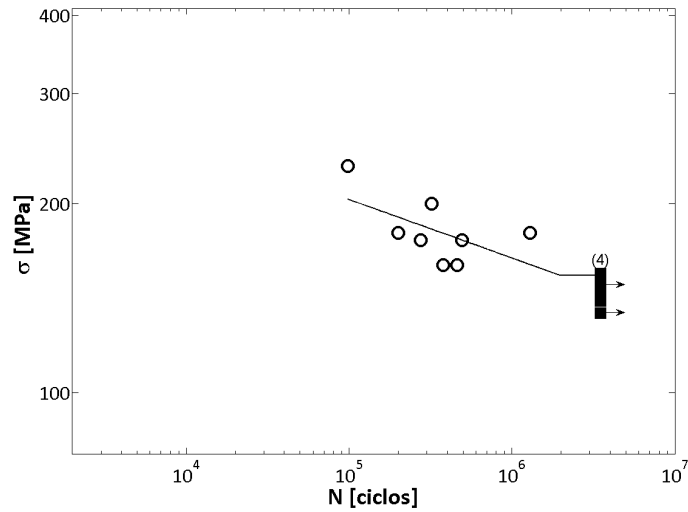
Siguiendo con los ensayos realizados sobre acero, las figuras 6.4 muestran las curvas *S-N* obtenidas sobre probetas huecas con entallas de diámetro 2 mm, junto con la curva potencial que mejor ajusta los puntos y el límite de fatiga. La figura superior fue obtenida mediante ensayos a tracción realizados en la máquina Rumul, mientras que la inferior se obtuvo para cargas a torsión, en la máquina MTS 809.

El límite de fatiga para la curva a tracción es 154 MPa y para torsión 130 MPa.

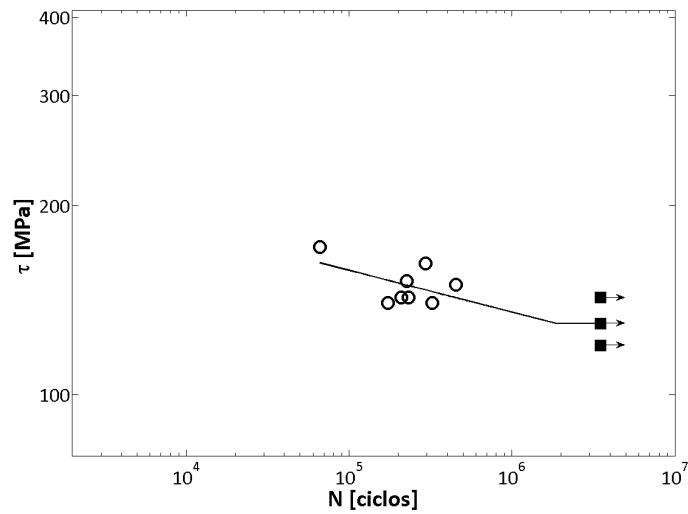
Probetas huecas - entalla de 3 mm

Por último, se realizó una curva *S-N* para probetas huecas con entallas de diámetro 3 mm sometidas a tracción. Nuevamente, los ensayos se realizaron en la máquina Rumul. La figura 6.5 muestra la curva obtenida.

El límite a fatiga para este caso resulta 141 MPa. Este valor representa el 40% del valor del límite a fatiga sin entalla, por lo que ya se está alcanzando el máximo efecto teórico que puede provocar una entalla de diámetro infinito, el cual es disminuir el límite de fatiga un factor de 3.



(a) Tracción. Probeta tipo H-Ac1. Máquina de ensayos Rumul.



(b) Torsión. Probeta tipo H-Ac1. Máquina de ensayos MTS 809.

Figura 6.4: Curvas S - N de probetas huecas de acero con entalla de 2 mm de diámetro a tracción (a) y torsión (b).

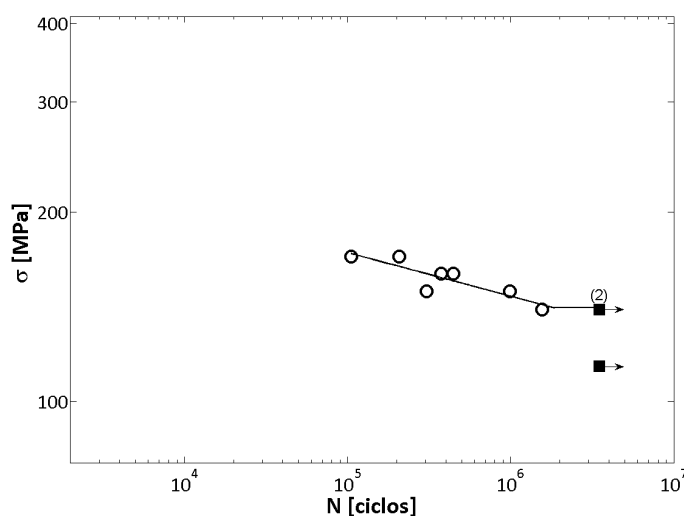


Figura 6.5: Curvas $S-N$ de probetas huecas de acero con entalla de 3 mm de diámetro a tracción. Máquina Rumul.

6.1.2 Punto de iniciación y direcciones de grieta

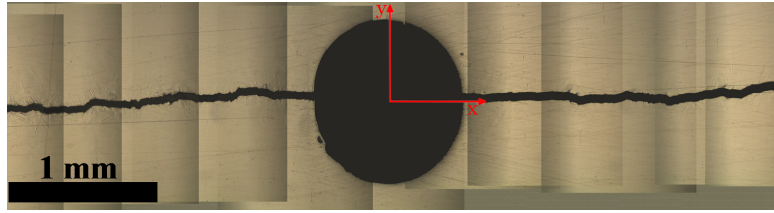
Probetas macizas - entalla de 1 mm

Se midieron el punto de inicio de la grieta alrededor del agujero y la dirección de la grieta en los primeros 500 μm , tal y como se comentó en la sección 5.4, para probetas macizas con entallas de 1 mm de diámetro. La tabla 6.4 muestra la media y la desviación estándar de las mediciones realizadas, las cuales fueron siete para los ensayos a tracción y seis para los de torsión. Dichos resultados se pueden observar en el apéndice E.

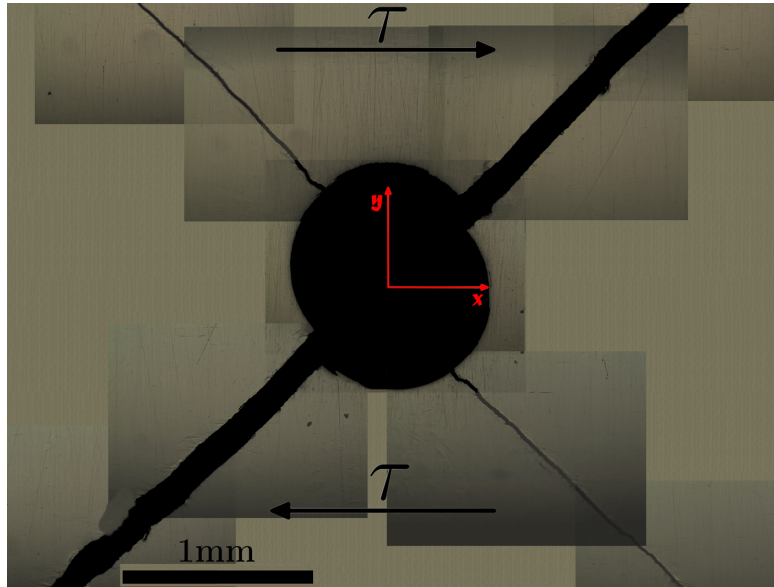
Tabla 6.4: Puntos de iniciación y direcciones de grieta. Probetas macizas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro.

Tracción		Torsión	
θ	θ_1	θ	θ_1
1 ± 8	0.2 ± 1.9	44 ± 5	45.5 ± 1.5

En ella se puede observar claramente que la dirección de la grieta es muy parecida a la dirección de máxima tensión principal, con una dispersión experimental muy baja. En el caso de la posición de inicio alrededor de la entalla, sucede lo mismo pero con una dispersión experimental un poco más



(a) Tracción-compresión. $R = -1$. $\sigma^\infty = 216$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 220.000$ ciclos.



(b) Torsión alternativa. $\tau^\infty = 235$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 414.000$ ciclos.

Figura 6.6: Montaje de fotografías de la entalla y las grietas para probetas macizas de acero AISI 304L ensayadas a fatiga en tracción (a) y torsión (b). $R = -1$.

alta. Esto último se puede deber a imperfecciones en la entalla, que terminen propiciando un punto de inicio respecto de otro. Las figuras 6.6 muestran dos casos muy representativos del total de ensayos, en las cuales se observan las grietas creciendo claramente en las direcciones de máxima tensión principal. En ambas figuras se presenta un montaje de varias fotografías, debido a que, al ser una superficie curva, el área en foco de una fotografía es muy pequeña. La figura superior corresponde al caso de tracción, mientras que la inferior al de torsión.

Por último, es muy importante recordar una vez más, que las direcciones que se están observando son en la superficie de la probeta (según el sistema de ejes definido, en el plano $Z = 0$) y pueden no ser representativas de lo

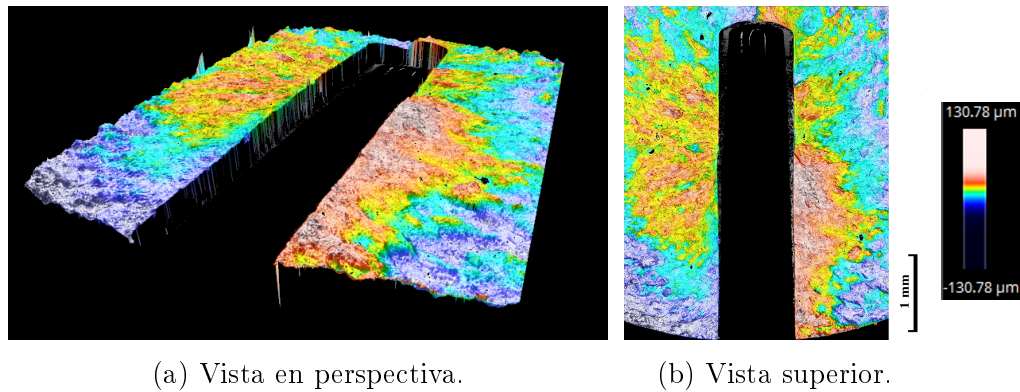


Figura 6.7: Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta maciza de acero AISI 304L ensayada a tracción con un agujero de 1 mm de diámetro y aproximadamente 3,5 mm de profundidad.

que está sucediendo en el inicio de la grieta, el cual puede encontrarse en la superficie interna del agujero, en un plano $Z < 0$.

Con el fin de, justamente, encontrar donde se inicia la grieta y corroborar si la dirección observada sobre la superficie es representativa de la dirección de la grieta desde donde se inicia, se analizó la superficie de fractura con un perfilómetro sin contacto y un microscopio electrónico de barrido.

Las figuras 6.7 muestran la superficie de fractura alrededor de la entalla, vista con el perfilómetro sin contacto. La figura de la izquierda se obtuvo de la imagen en tres dimensiones sobre la que se realizan los cálculos de distancias y alturas, mientras que la imagen de la derecha es una planta de la superficie de fractura.

En la figura 6.7a se alcanza a observar una especie de escalón, en el fondo de la entalla. Ese cambio abrupto en la altura de la superficie de fractura es evidencia de la intersección de dos grietas distintas. Por esto último, se puede deducir que han iniciado, al menos, dos grietas, una a cada lado del agujero, las cuales se unen en el fondo.

Por otro lado, utilizando el software proporcionado por el fabricante, se midió la diferencia de altura entre distintos puntos y se calculó el ángulo de inclinación de la grieta en distintos planos $Z < 0$. Los planos elegidos fueron dos muy cercanos a las aristas de la entalla ($X \approx 500 \mu\text{m}$ y $X \approx -500 \mu\text{m}$) donde también se midió la máxima variación de altura entre dos puntos, y cuatro planos perpendiculares a dichas aristas, en distintas profundidades ($Z \approx 0 \mu\text{m}$, $Z \approx -1000 \mu\text{m}$, $Z \approx -2000 \mu\text{m}$ y $Z \approx -3000 \mu\text{m}$). En este último

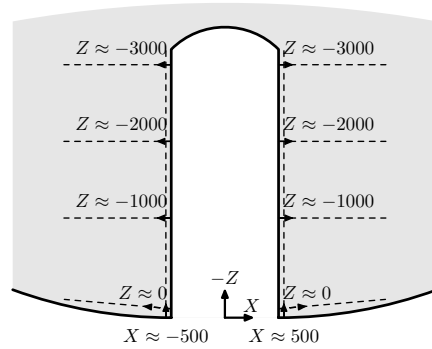


Figura 6.8: Esquema de los planos sobre los cuales se realizaron mediciones mediante el Perfilómetro sin Contacto. Sección $Y \approx 0$.

caso, se tomaron dos distancias, 100 y 500 μm desde la arista. La figura 6.8 muestra un esquema con los planos elegidos.

Por su parte, la tabla 6.5 muestra los resultados obtenidos para los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ y la tabla 6.6 para los planos perpendiculares a las aristas.

Tabla 6.5: Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta maciza de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro.

Plano	Inclinación inicio-fin	Máxima diferencia de altura
$X \approx -500 \mu\text{m}$	$0,6^\circ$	$67 \mu\text{m}$
$X \approx 500 \mu\text{m}$	$0,3^\circ$	$61 \mu\text{m}$

Como se aprecia tanto en la inclinación de la grieta sobre los planos paralelos a cada una de las aristas y en el máximo cambio de altura sobre ellos (Tabla 6.5), el punto de inicio alrededor de la entalla medido desde la superficie de la probeta es representativo de lo que sucede en toda la profundidad de la entalla. Cabe destacar que los 61 y 67 μm son las diferencias entre el punto más alto y el más bajo en los 3600 μm que miden las rectas. Dicho cambio de altura, representa una variación de $\pm 4^\circ$ en el valor de θ medido. Es decir, si en la superficie se observa el valor más bajo ($-33,5 \mu\text{m}$ para el lado izquierdo) o el valor más alto ($+33,5 \mu\text{m}$), la diferencia en el ángulo medido es $\arctg(33,5/500) = 4^\circ$ respecto del valor medio. Parece ser una dispersión aceptable y explica de algún modo la variación observada en la tabla 6.4 .

Tabla 6.6: Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta maciza de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción.

Plano	Ángulo primeros 100 μm	Ángulo primeros 500 μm
$Z \approx 0, X > 0$	6°	3°
$Z \approx 1000, X > 0$	0°	2°
$Z \approx 2000, X > 0$	6°	3°
$Z \approx 3000, X > 0$	1°	2°
$Z \approx 0, X < 0$	4°	2°
$Z \approx 1000, X < 0$	7°	1°
$Z \approx 2000, X < 0$	4°	0°
$Z \approx 3000, X < 0$	2°	0°

Por otro lado, viendo las direcciones de grieta tomadas dentro de la entalla, se puede concluir que el observado en la superficie a 500 μm es representativo de lo que sucede dentro de la entalla, ya que prácticamente todas las medidas dan el mismo resultado.

Por último, esta misma superficie de fractura se observó con el microscopio electrónico *FEI Teneo*. La imagen 6.9 muestra una foto tomada mediante esta técnica.

En color blanco se pueden observar dos círculos, que marcan los posibles sitios de inicio de ambas grietas. Sobre esas zonas se realizaron fotos con mayor aumento. La imagen 6.10 muestra la zona correspondiente al lado derecho, con una magnificación de 300 veces.

La zona que se observa con más brillo corresponde a la entalla, la cual al ser curva se ve fuera de foco. Al observar la superficie de la grieta, se ven distintas facetas que parecen formar líneas que indican el punto de inicio de la grieta, el cual se señala en la figura con una flecha negra. A su vez, se ve una grieta secundaria creciendo prácticamente de manera paralela a la entalla. Dicha grieta parece nacer en una imperfección del mecanizado, y hace pensar que esa imperfección pudo haber sido la responsable del inicio de la grieta principal.

Por su parte, la figura 6.11 muestra el otro lado de la entalla, en la zona donde posiblemente se haya iniciado la grieta. El aumento de esta fotografía es de 80 veces. En ella, nuevamente se observan facetas que parecen formar

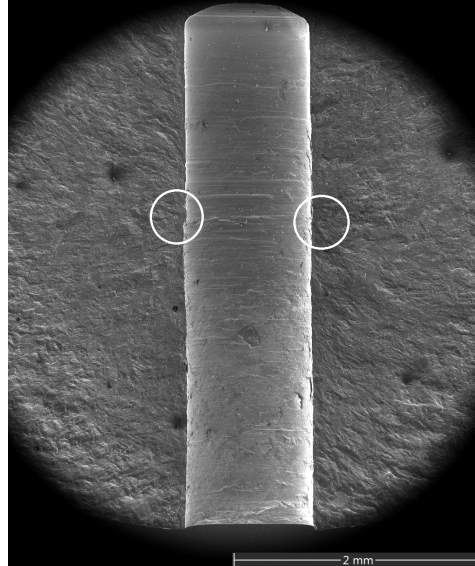


Figura 6.9: Fotografía obtenida mediante SEM de la superficie de fractura de una probeta maciza de acero AISI 304L con una entalla de 1 mm de diámetro.



Figura 6.10: Fotografía obtenida mediante SEM del posible punto de inicio de una grieta sobre una probeta de acero AISI 304L con una entalla de diámetro 1 mm sometida a tracción.

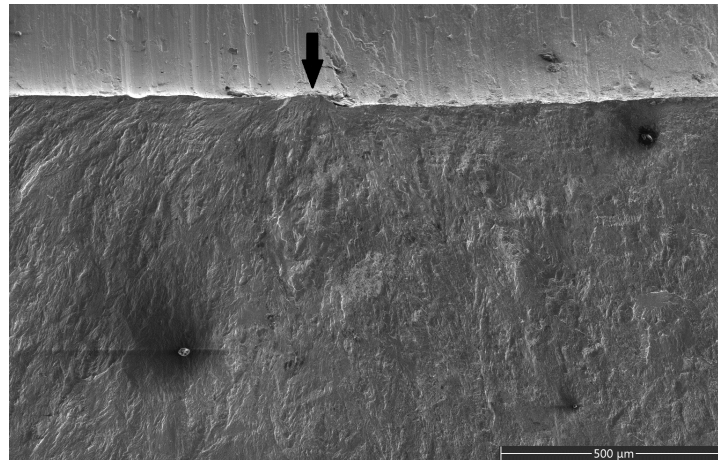


Figura 6.11: Fotografía obtenida mediante SEM del posible punto de inicio de una grieta sobre una probeta de acero AISI 304L con una entalla de diámetro 1 mm sometida a tracción.

líneas que emanan de un punto común. Dicho punto podría ser el inicio de la grieta. En la figura se marca con una flecha negra. Por otro lado, cabe destacar que los hoyuelos oscuros observados se deben a interacciones entre el haz de electrones y partículas en la superficie que no fueron correctamente removidas en el proceso de limpieza.

Por último, la figura 6.12 muestra el fondo de la entalla, con una magnificación de 80 veces, y en donde se puede apreciar el cambio abrupto de altura, visto también en la figura 6.7. Dicho salto es debido a la unión de dos planos de grietas, iniciados uno a cada lado de la entalla, posiblemente en los sitios recién mencionados.

Probetas huecas - entalla de 1 mm

Siguiendo con el análisis de las direcciones de grieta, se midieron los ángulos de inicio alrededor de la entalla y de propagación de la grieta en los primeros 500 μm en probetas huecas de acero inoxidable, con entallas de 1 mm de diámetro. Los resultados se observan en la tabla 6.7.

Al igual que para las probetas macizas, se observa que la zona alrededor de la entalla desde donde nace la grieta tiene más dispersión que la dirección de propagación. Además, nuevamente, tanto el punto de inicio como la dirección son muy próximos a las direcciones principales máximas. Las figuras 6.13 muestran las superficies de tres probetas, una por cada tipo de carga.

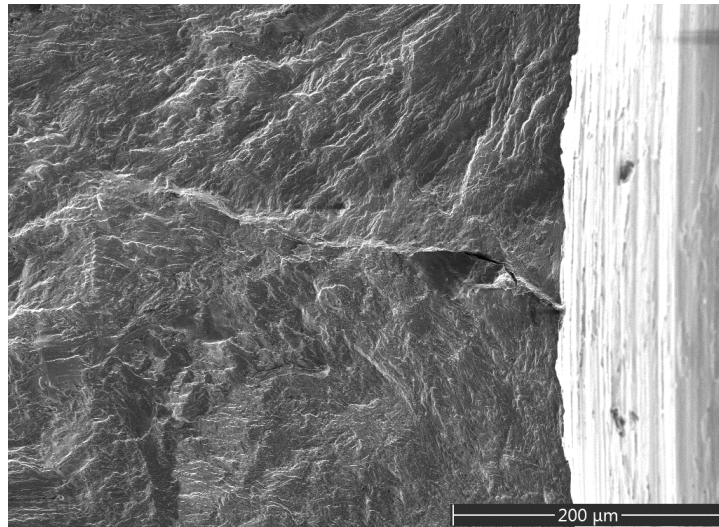


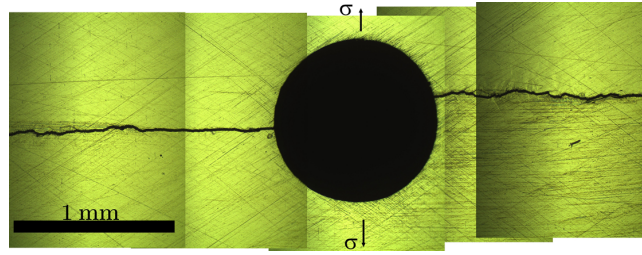
Figura 6.12: Fotografía obtenida por SEM de la zona de encuentro de dos grietas. Probeta de acero AISI 304L con entalla de 1 mm sometida a tracción.

Tabla 6.7: Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro.

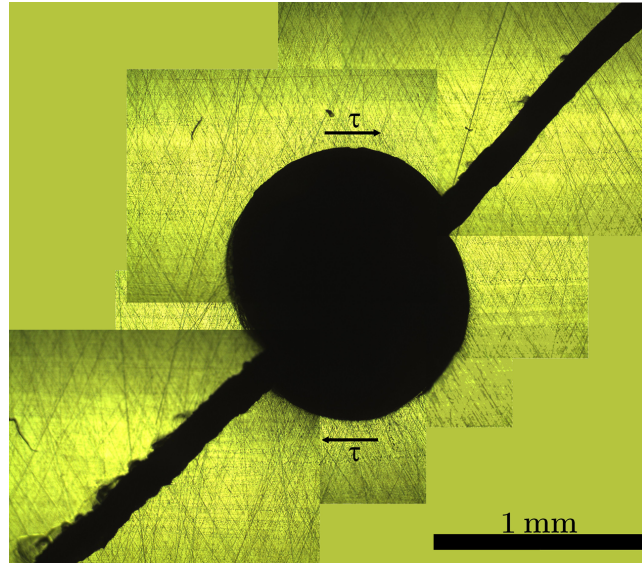
Tracción		Torsión		Biaxial	
θ	θ_1	θ	θ_1	θ	θ_1
0 ± 13	5 ± 9	45 ± 8	46 ± 2	31 ± 2	32 ± 3

En las figuras 6.14 se pueden observar las mismas probetas que en las figuras 6.13, pero luego de realizarles un desbaste a cada una de ellas. Esto se hizo, nuevamente, con el propósito de observar si lo visto en la superficie es representativo de lo que sucede en todo el plano de grieta. Para la probeta ensayada a tracción, el desbaste fue de $750 \mu\text{m}$, es decir, la foto muestra a la grieta en la mitad del espesor. Para la probeta ensayada a torsión el desbaste fue de $350 \mu\text{m}$ y para la sometida a cargas biaxiales, de $450 \mu\text{m}$. Dichas medidas se obtuvieron del análisis por elementos finitos visto en el capítulo 4, y corresponden a los sitios de máxima concentración de tensiones, donde es más probable que inicie la grieta.

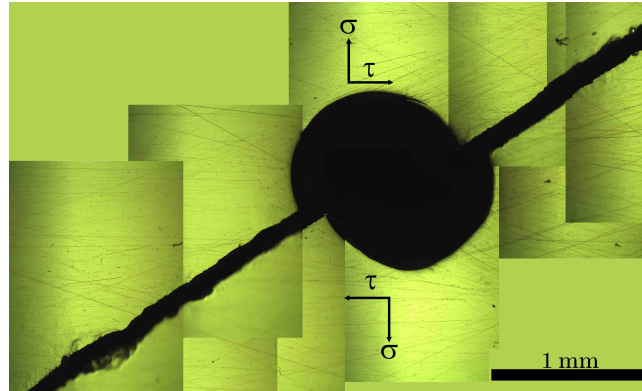
Como primer punto importante, vale la pena aclarar que el material visto sobre la grieta o sobre la entalla, principalmente en las fotos correspondientes a cargas de torsión y biaxial, ha sido arrastrado allí en el proceso de desbaste. No es una característica propia del crecimiento de la grieta.



(a) Tracción-compresión. $R = -1$. $\sigma^\infty = 200$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 308.700$ ciclos.

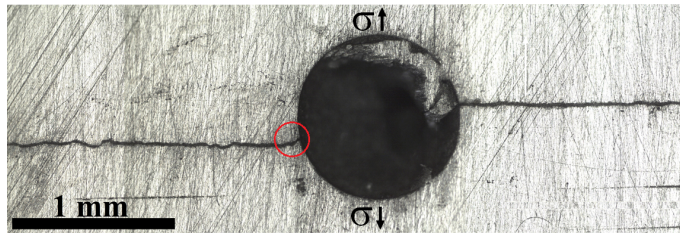


(b) Torsión alternativa. $\tau^\infty = 146$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 1.454.269$ ciclos.

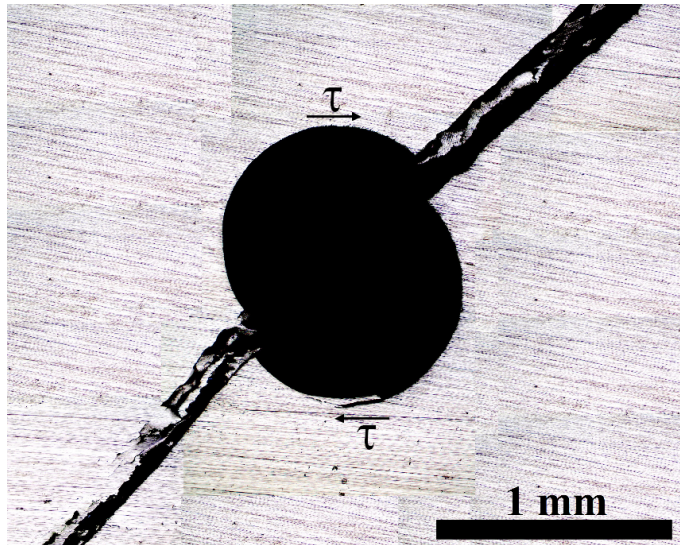


(c) Cargas biaxiales. $\sigma^\infty = \tau^\infty = 140$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 206.765$ ciclos.

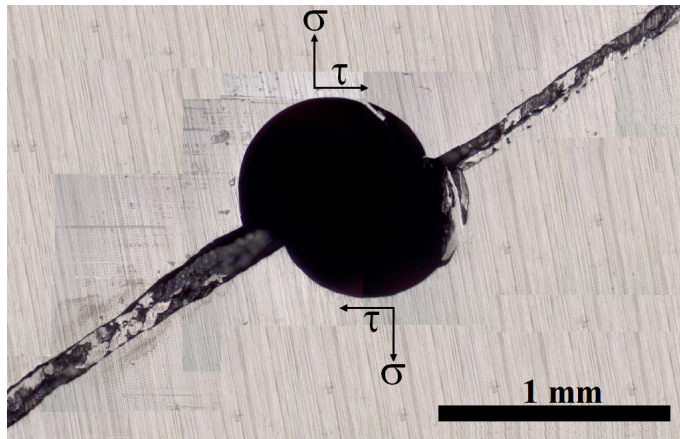
Figura 6.13: Montaje de fotografías de las superficies de probetas huecas de acero AISI 304L con entallas de 1 mm de diámetro, ensayadas a tracción (superior), torsión (intermedia) y cargas biaxiales (inferior).



(a) Tracción-Compresión. Desbaste de $750\ \mu\text{m}$. $R = -1$. $\sigma^\infty = 200\ \text{MPa}$. $d_n = 1\ \text{mm}$. $N = 308.700$ ciclos.



(b) Torsión alternativa. Desbaste de $350\ \mu\text{m}$. $\tau^\infty = 146\ \text{MPa}$. $d_n = 1\ \text{mm}$. $N = 1.454.269$ ciclos.



(c) Cargas biaxiales. Desbaste de $450\ \mu\text{m}$. $\sigma^\infty = \tau^\infty = 140\ \text{MPa}$. $d_n = 1\ \text{mm}$. $N = 206.765$ ciclos.

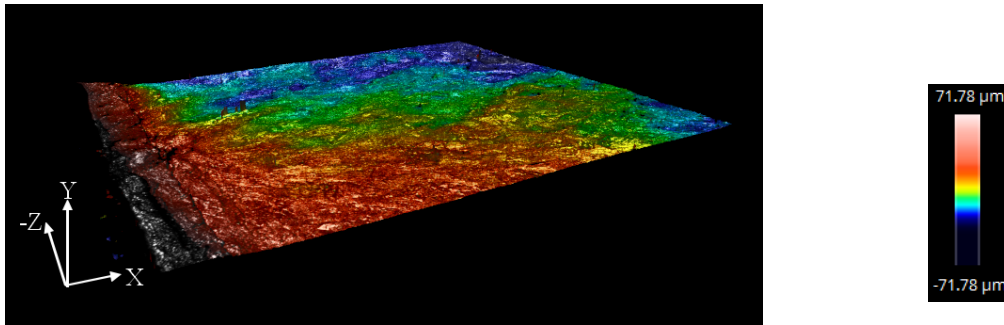
Figura 6.14: Fotografías de las superficies resultantes luego de ser desbastadas, de las probetas vistas en la imagen 6.13.

Observando la imagen correspondiente al ensayo a tracción (6.14a), y comparándola con la de la superficie para el mismo tipo de carga (imagen 6.13a), se ve una pequeña diferencia en el crecimiento de la grieta izquierda, en los primeros $60\ \mu\text{m}$ aproximadamente. En la imagen 6.14a se marca la zona en cuestión con un círculo rojo. La dirección medida en esos $60\ \mu\text{m}$ en la figura correspondiente a la profundidad media de la entalla es de alrededor de 30° , muy distinto a los prácticamente 0 , medidos sobre la superficie. Sin embargo, más allá de este detalle destacable, el propósito de observar a una cierta profundidad es comparar si las medidas tomadas en la superficie son representativas. Es decir, si el punto de inicio alrededor de la entalla y el ángulo de la dirección medido a $500\ \mu\text{m}$ son similares. Ambos, a simple vista, se ven muy parecidos.

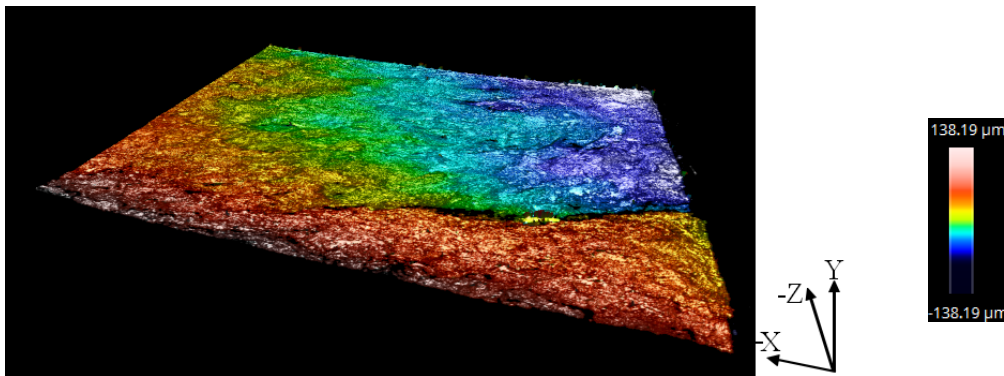
Para las probetas ensayadas a torsión y a cargas biaxiales, se observa lo mismo. Las direcciones de grieta y los puntos de inicio alrededor de la entalla son prácticamente iguales. Sin embargo, cabe destacar que ambos ensayos mostrados (y prácticamente todos los realizados para este tiempo de cargas) tienen grietas muy grandes, producto de los criterios de detención del ensayo. Por lo tanto, cualquier mínima variación en el punto de inicio o en la dirección de propagación se perdería.

Por otro lado, dos probetas ensayadas a tracción se examinaron con el perfilómetro sin contacto, armando una imagen en tres dimensiones de la superficie de la grieta a ambos lados de la entalla. Las mismas también se observaron con el Microscopio Electrónico de Barrido *FEI Teneo*.

La figura 6.15 muestra dos imágenes, una de cada lado de la entalla de una de las probetas. La superior corresponde al lado derecho mientras que la inferior al izquierdo.



(a) Vista de la superficie de fractura del lado derecho de la probeta.



(b) Vista de la superficie de fractura del lado izquierdo de la probeta.

Figura 6.15: Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta hueca de acero AISI 304L ensayada a tracción con una entalla de 1 mm de diámetro.

Por su parte, la tabla 6.8 muestra la inclinación de una recta a lo largo de ambas aristas de la entalla, tal y como se hizo para la probeta maciza (figura 6.8). A su vez se muestra la máxima diferencia de altura entre dos puntos de esas aristas.

Tabla 6.8: Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta hueca de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro.

Plano	Inclinación inicio-fin	Máxima diferencia de altura
$X \approx -500 \mu\text{m}$	5°	$100 \mu\text{m}$
$X \approx 500 \mu\text{m}$	2°	$35 \mu\text{m}$

Combinando la información vista en la tabla 6.8 y lo visto en las imágenes 6.15, es fácil pensar que en el lado derecho (figura 6.15a) se inició una sola grieta (o varias, pero en el mismo plano) mientras que en el izquierdo lo hicieron al menos dos. A esta conclusión se llega viendo los cambios bruscos de colores (y de alturas) en la figura 6.15b, que denotan dos planos de propagación distintos. A su vez, en la tabla 6.8 se observa ese cambio de altura, siendo casi tres veces mayor en el lado izquierdo que en el derecho.

Tal y como se hizo para la probeta maciza, también se calculó la variación en el punto de inicio que resultaría de medir el punto más bajo o el más alto. Para el lado izquierdo dicha variación es de $\pm 6^\circ$ ($\pm \arctg(50/500)$). Si bien este valor es más alto que en el caso macizo, sigue siendo relativamente bajo, por lo que se puede tomar como representativo el valor medido desde la superficie.

Siguiendo con el análisis, se midió el ángulo de propagación sobre cuatro planos perpendiculares a la arista de la entalla, para ambos lados, como se hizo para el caso macizo (figura 6.8). A diferencia del caso macizo, dado que el agujero tiene sólo 1,5 mm de profundidad, los planos se ubicaron en $Z \approx 0$, $Z \approx -500$, $Z \approx -1000$ y $Z \approx -1500$. Los resultados se observan en la tabla 6.9.

Tabla 6.9: Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta hueca de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción.

Recta	Ángulo primeros 100 μm	Ángulo primeros 500 μm
$Z \approx 0, X > 0$	15°	8°
$Z \approx -500, X > 0$	15°	8°
$Z \approx -1000, X > 0$	22°	9°
$Z \approx -1500, X > 0$	18°	10°
$Z \approx 0, X < 0$	15°	4°
$Z \approx -500, X < 0$	6°	4°
$Z \approx -1000, X < 0$	6°	3°
$Z \approx -1500, X < 0$	0°	3°

De los resultados vistos en la tabla 6.9 se pueden destacar algunos detalles. En primer lugar, en el lado derecho ($X > 0$), donde se inició una sola grieta, se observa un ángulo de grieta para los primeros 100 μm muy alto. Esto

llama poderosamente la atención, pero se ha visto solamente en este caso y en la profundidad media de la probeta desbastada (figura 6.14a), por lo que no se pueden obtener muchas conclusiones de esta información. No obstante, surge la necesidad de observar más probetas mediante esta técnica para ver si se repite este evento y con que frecuencia lo hace. En cuanto al ángulo a $500\text{ }\mu\text{m}$, siguiendo con el análisis del lado derecho, este es también elevado, pero está influenciado por los primeros $100\text{ }\mu\text{m}$. Es importante destacar, que elevado o no, el ángulo a $500\text{ }\mu\text{m}$ prácticamente no varía en toda la profundidad, por lo que el medido desde la superficie es representativo de lo que sucede dentro.

Pasando al lado izquierdo ($X < 0$), del cual se iniciaron al menos dos grietas, se observa en los resultados a $100\text{ }\mu\text{m}$ nuevamente una gran dispersión, pero con valores dentro de lo esperado. En cuanto al valor a $500\text{ }\mu\text{m}$, este es prácticamente constante, al igual que en el lado derecho y en el caso macizo. Por otro lado, esta misma probeta se observó en el microscopio electrónico de barrido *FEI Teneo*. La figura 6.16 muestra dos microfotografías tomadas mediante esta técnica, con una magnificación de 80 veces.

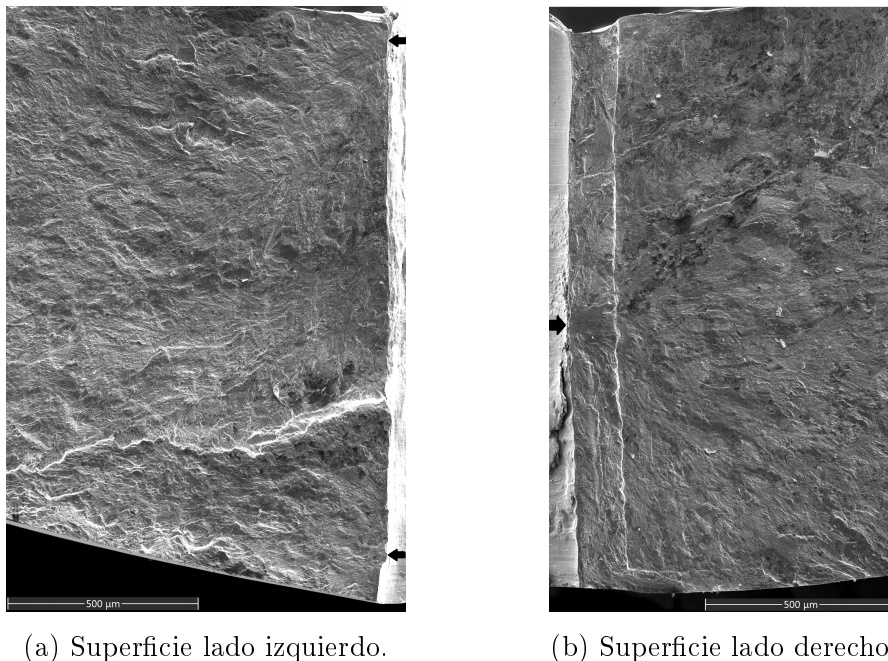


Figura 6.16: Fotografía obtenida por SEM de la superficie de fractura de una probeta hueca de acero AISI 304L con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción.

La imagen vista en la figura 6.16b muestra el lado derecho de la entalla, en donde, según la información obtenida mediante el perfilómetro sin contacto (figura 6.15a), se inició una sola grieta. En ella se observa una línea paralela a la entalla, a unos $100\ \mu\text{m}$, la cual coincide con el cambio de ángulo comentado en el análisis visto para el perfilómetro sin contacto. Por otro lado, marcado con una flecha negra, se encuentra el punto donde posiblemente se haya iniciado la grieta. A esta conclusión se llega viendo que las líneas generadas por las distintas facetas de la superficie de fractura parecen converger allí. En el lado izquierdo, visto en la figura 6.16a, se pueden encontrar dos puntos de inicio de la grieta, marcados con flechas negras. Además, se observa el cambio de plano, al igual que en la figura 6.15b, obtenida con el perfilómetro sin contacto.

Es importante destacar que en este caso, como así en otros no presentados, no se observa una clara tendencia de las grietas a iniciarse cerca de la superficie interior. Sólo en un porcentaje bajo sucede esto. Esta comprobación es importante, dado que la rugosidad de la superficie interna no se pudo mejorar, ni se midieron experimentalmente las tensiones residuales, por lo que si todas las grietas se iniciaran allí, se invalidarían en gran medida los resultados.

Probetas huecas - entalla de 2 mm

Al igual que en los casos anteriores, para las probetas de acero huecas con entalla de diámetro 2 mm, se midió el punto de inicio alrededor de la entalla y la dirección de la grieta en los primeros $500\ \mu\text{m}$. Los resultados se muestran en la tabla 6.10.

Tabla 6.10: Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de acero con entallas de 2 mm.

Tracción		Torsión	
θ	θ_1	θ	θ_1
2 ± 9	1 ± 4	46 ± 6	43 ± 3

Nuevamente, como en todos los casos anteriores, tanto el punto de inicio como la dirección de propagación se encuentran muy cercanos a la dirección de tensión principal máxima. A su vez, el punto de inicio tiene una dispersión experimental más alta que la dirección de la grieta. Cabe destacar, que para este tipo de probetas no se utilizaron el perfilómetro ni el microscopio

electrónico, tomándose como válidos los ángulos medidos en la superficie, producto de los razonamientos para las probetas con entallas de diámetro 1 mm tanto macizas como huecas.

Probetas huecas - entalla de 3 mm

Se realizó el mismo estudio para las probetas con entallas de 3 mm de diámetro. Los resultados se observan en la tabla 6.11.

Tabla 6.11: Punto de iniciación y dirección de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de acero con entallas de 3 mm.

Tracción	
θ	θ_1
1 ± 5	1 ± 8

Al igual que en todos los casos anteriores, tanto el punto de inicio como la dirección de propagación se dan muy cerca de la dirección de máxima tensión principal.

6.1.3 Resumen de resultados sobre Acero Inoxidable

Finalizada la presentación de los resultados experimentales obtenidos para el acero inoxidable AISI 304L, a continuación se recuerdan algunos puntos importantes del análisis.

En primer lugar, la tabla 6.12 muestra un resumen de los límites a fatiga encontrados experimentalmente.

- Las probetas huecas parecen ser más sensibles a las entallas que las macizas. Este efecto no parece ser atribuible al mecanizado del agujero central, dado que las diferencias no son tan notorias (o hasta se invierten las tendencias) cuando se compara el comportamiento de ambos tipos de probetas sin entalla.
- Prácticamente no hay cambios en el límite de fatiga del material para diámetros de 1, 2 y 3 mm a tracción y 1 y 2 mm a torsión. Es decir, el material parece haber alcanzado el máximo efecto que le puede provocar una entalla. Para el caso a tracción, este se da en el 40%, mientras que

Tabla 6.12: Límites de fatiga de acero AISI 304L para distintos tipos de ensayos.

Tipo de probeta			Límites de fatiga [MPa]		
Material	Sección	d_n [mm]	σ^∞	τ^∞	$\sigma^\infty = \tau^\infty$
Acero	Maciza	$0^{1,2}$	315	288	215
		1^2	199	238	—
	Hueca	0^2	347	262	—
		1^2	160	133	117
		1^3	148	—	—
		2^3	154	130	—
		3^3	141	—	—

¹ Ensayos realizados por Chaves [52].

² Ensayos de tracción realizados en la máquina MTS 809.

³ Ensayos de tracción realizados en la máquina Rumul.

para torsión se da al 50%. Sin embargo, en este último caso no hay registros de agujeros de 3 mm de diámetro.

- En los casos de probetas huecas, las grietas crecen generalmente desde la profundidad media de la entalla, siendo pocos los casos en los cuales lo hacen desde cerca de la superficie interna. Esto valida las conclusiones del primer punto.
- Las grietas se originan en sitios muy cercanos al punto de máxima tensión principal y crecen en esa dirección.
- El punto de inicio medido desde la superficie de la probeta, es muy representativo de lo que sucede a lo largo de toda la profundidad de la entalla. Lo mismo sucede con la dirección de grieta a 500 μm de distancia.

6.2 Aluminio 7075 T6

6.2.1 Curvas S-N

Se realizaron diez curvas $S-N$ para distintos tipos de probetas de aluminio 7075 T6, sometidas a distintos tipos de cargas. Cada una de estas curvas se ajustó con una función potencial mediante el método de mínimos cuadrados. Dado que las curvas $S-N$ de este material no presentan un cambio abrupto de pendiente, como sí lo hace el acero, no se calcula un *Límite de fatiga*. Sin embargo, una vez ajustada la curva con la función potencial, se calcula la tensión para la cual una probeta soportaría 1×10^6 de ciclos. Es importante destacar en este punto que algunos ensayos se detuvieron sin haberse alcanzado el fallo de la probeta. Esos ensayos se ven reflejados en los gráficos, pero no se tuvieron en cuenta para los cálculos estadísticos.

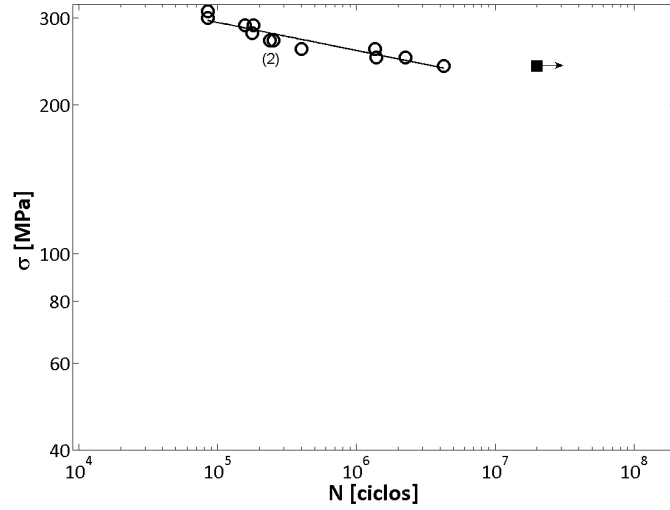
Probetas macizas - sin entalla

En primer lugar se realizaron ensayos de fatiga a tracción y torsión sobre probetas de aluminio macizas sin entallas. Los valores promedio de los diámetros externos y las rugosidades máximas y medias se encuentran en la tabla 5.7. Las figuras 6.17 muestran las curvas $S-N$ obtenidas para tracción (superior) y torsión (inferior) junto con la función potencial que mejor ajusta, mediante el método de los mínimos cuadrados. Los ensayos a tracción se realizaron en la máquina Rumul mientras que los de torsión, en la máquina MTS 809. La tensión para provocar el fallo en 1×10^6 ciclos, calculada según la función potencial, es de 258 MPa para cargas a tracción y 149 MPa para torsión.

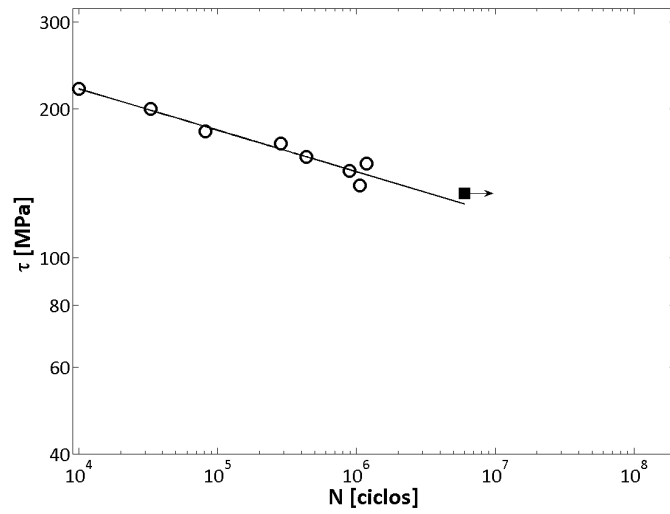
Probetas macizas - entalla de 1 mm

Se realizaron ensayos sobre probetas macizas de aluminio con entallas de diámetro 1 mm. La tabla 5.8 muestra los promedios de las principales características de las probetas ensayadas. Por su parte, la figura 6.18 muestra la curva $S-N$ obtenida para cargas a tracción en la máquina Rumul, junto con la función potencial que mejor ajusta.

La tensión correspondiente a 1×10^6 ciclos es 117 MPa.



(a) Tracción. Probeta tipo M-Al2. Máquina de ensayos Rumul.



(b) Torsión. Probeta tipo M-Al1. Máquina de ensayos MTS 809.

Figura 6.17: Curvas $S-N$ de probetas macizas de aluminio sin entalla sometidas a tracción (a) y torsión (b).

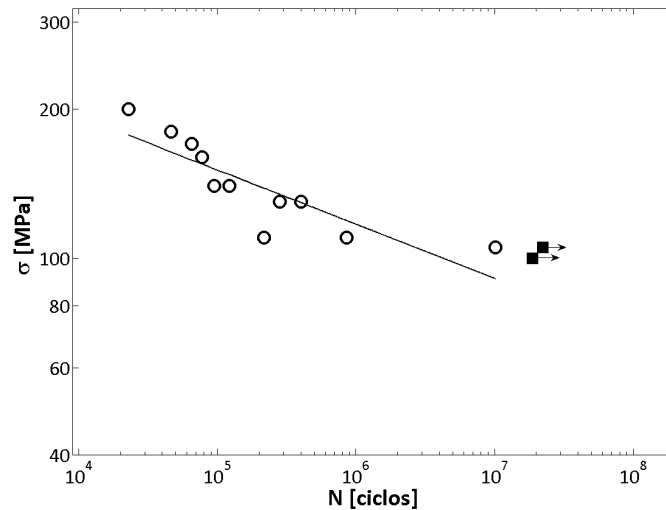


Figura 6.18: Curvas $S-N$ de probetas macizas de aluminio con entalla de 1 mm de diámetro sometidas a tracción. Máquina Rumul.

Probetas huecas

Del mismo modo que para el acero inoxidable, se realizaron ensayos sobre probetas huecas de aluminio, con entalla de distinto diámetro y sin ella. La tabla 5.9 muestra los promedios de las principales características de las probetas huecas, mientras que la tabla 5.10 muestra los diámetros promedio de las entallas mecanizadas.

Probetas huecas - sin entalla

Se realizaron ensayos a tracción y torsión sobre probetas huecas sin entalla. Estos se realizaron con el objetivo de comparar el comportamiento de este material antes y después del mecanizado del agujero central. Lamentablemente la curva a tracción no se logró completar dado que un gran porcentaje de los ensayos rompieron en la zona de agarre, aún luego de modificar la geometría, llegando al modelo H-Al2, con un radio mínimo de 15 mm, frente a los 16 mm de las probetas H-Al1. Por este motivo, en la figura 6.19 sólo se observan resultados a torsión, los cuales se obtuvieron en la máquina MTS 809.

La tensión para que una probeta rompa a 1×10^6 , calculada según la curva potencial que mejor ajusta es 122 MPa.

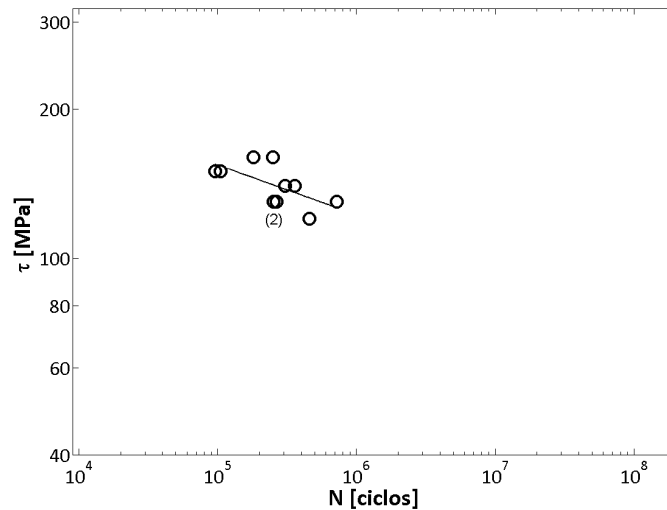


Figura 6.19: Curvas $S-N$ de probetas huecas de aluminio sin entalla bajo cargas de torsión.

Comparando los resultados de las probetas macizas (figura 6.17b) con aquellos obtenidos para huecas (figura 6.19), a simple vista se observa que la curva de las probetas huecas presenta una mayor dispersión. En cuanto a la tensión necesaria para provocar el fallo en 1×10^6 ciclos, hay un deterioro del 18% de las huecas frente a las macizas. Un resumen de estos valores se encuentra en la tabla 6.13.

Tabla 6.13: Tensión máxima para 1×10^6 de ciclos. Ensayos a torsión sobre probetas huecas y macizas de Al 7075 T6 sin entalla.

Tipo de Carga	Macizas	Huecas	Variación %
Torsión	149 MPa	122 MPa	−18

Esta caída de la tensión a la cual, idealmente, una probeta dura 1×10^6 ciclos, duplica el efecto visto para el acero (tabla 6.2). Este efecto tan marcado sobre las probetas de aluminio y el hecho de no haber logrado completar una curva a tracción para probetas huecas, obliga a tener mucha precaución a la hora de extraer conclusiones de posteriores resultados, a la vez que insta a aumentar la cantidad de puntos experimentales de probetas huecas, para disminuir el efecto de la dispersión experimental.

Probetas huecas - entalla de 1 mm

Sobre las probetas huecas de aluminio con entallas de diámetro aproximadamente 1 mm se realizaron ensayos de fatiga a tracción, torsión y combinando tracción y torsión en fase con $\sigma^\infty = \tau^\infty$. Las figuras 6.20 muestran las curvas $S-N$ obtenidas, ajustadas por una función potencial. Los ensayos a tracción se realizaron en la máquina Rumul, mientras que las curvas a torsión y biaxial fueron realizadas en la máquina MTS 809.

Como primera observación importante, es destacable que tanto la curva a torsión como la biaxial tienen una dispersión claramente menor que para el caso de probetas huecas sin entalla. Además, las tensiones para que una probeta alcance 1×10^6 resultan 95 MPa para tracción, 75 MPa a torsión y 65 MPa para cargas biaxiales.

Así como se realizó para el acero inoxidable, se puede comparar el comportamiento de las probetas macizas con entallas de 1 mm con las probetas huecas con las mismas entallas. Dicha comparación de resultados se ve en la tabla 6.14.

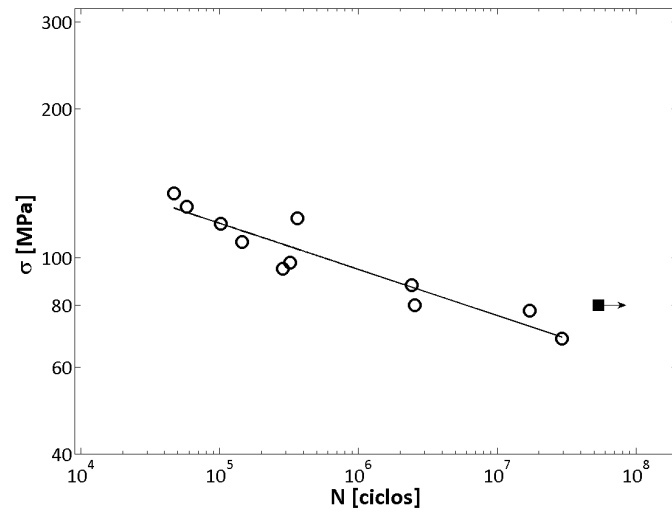
Tabla 6.14: Tensión máxima para 1×10^6 de ciclos. Ensayos a tracción sobre probetas huecas y macizas de Al 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.

Tipo de Carga	Macizas	Huecas	Variación %
Tracción	117 MPa	95 MPa	-19

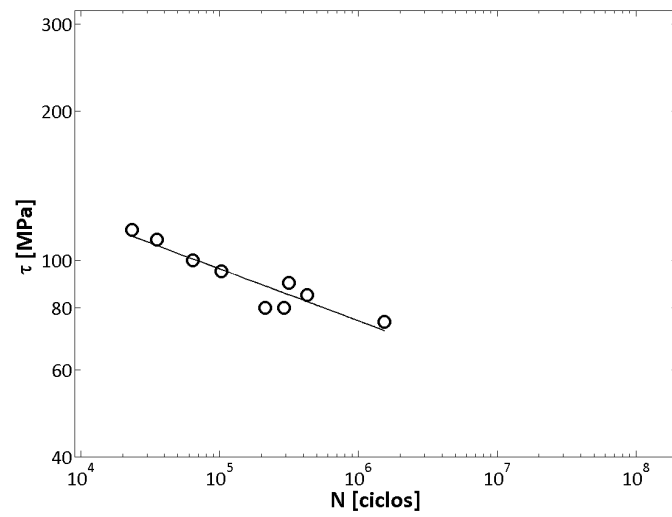
Al igual que para el acero inoxidable, hay una caída muy importante de la tensión necesaria para romper una probeta (en este caso en 1×10^6 ciclos) hueca con respecto al caso de probetas macizas. Si bien este resultado es alentador y valida en algún modo lo obtenido para el acero inoxidable, hay que ser muy cuidadoso a la hora de sacar conclusiones ya que no se pudieron realizar ensayos a tracción sobre probetas huecas sin entallas, por lo tanto no se puede cuantificar el efecto del mecanizado del agujero longitudinal.

Probetas huecas - entalla de 2 mm

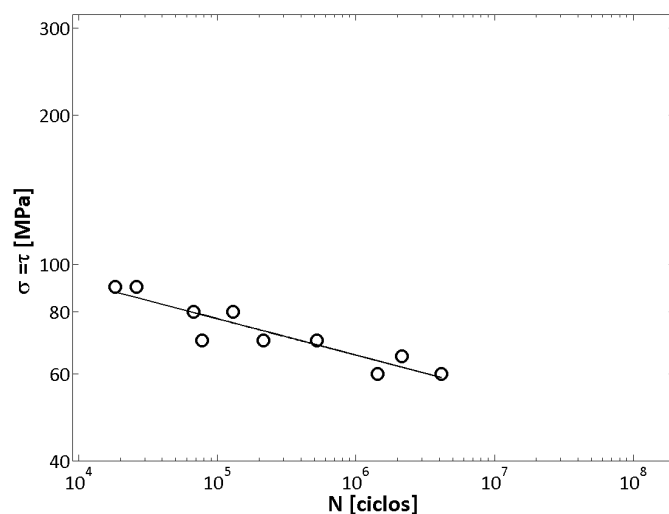
Se realizaron curvas $S-N$ a tracción y torsión sobre probetas huecas de aluminio con entallas de 2 mm de diámetro. Las mismas se muestran en las figuras 6.21 junto con cada una de las funciones potenciales que mejor ajustan.



(a) Tracción. Probeta tipo H-A11. Máquina de ensayos Rumul.



(b) Torsión. Probeta tipo H-A11. Máquina de ensayos MTS 809.



(c) Biaxial. Probeta tipo H-Al1. Máquina de ensayos MTS 809.

Figura 6.20: Curvas $S-N$ de probetas huecas de aluminio con entalla de diámetro 1 mm sometidas a tracción (a), torsión (b) y biaxial (c).

Las figuras 6.21 presentan una gran dispersión experimental. En el caso de cargas a tracción, al realizarse estos en la máquina Rumul, a una frecuencia muy superior a los de torsión, (máquina MTS), se pudo completar más la curva, con el fin de observar si la dispersión se vería disminuida con más ensayos.

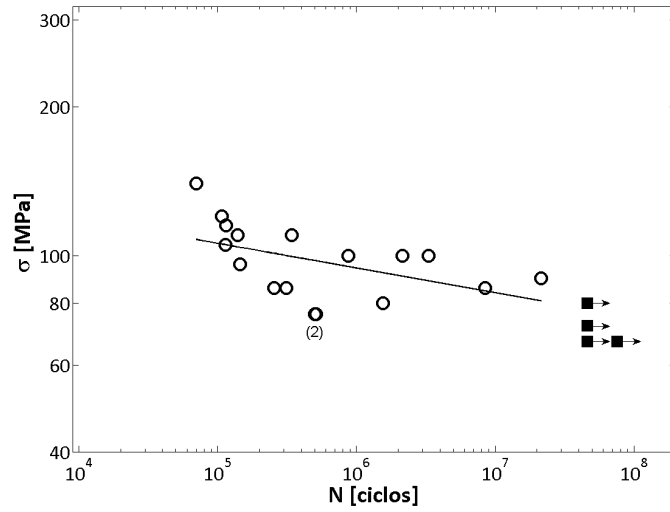
Las tensiones correspondientes a 1×10^6 ciclos calculadas mediante las funciones de mejor ajuste, resultan 94 MPa para cargas a tracción y 67 MPa para ensayos a torsión.

Probetas huecas - entalla de 3 mm

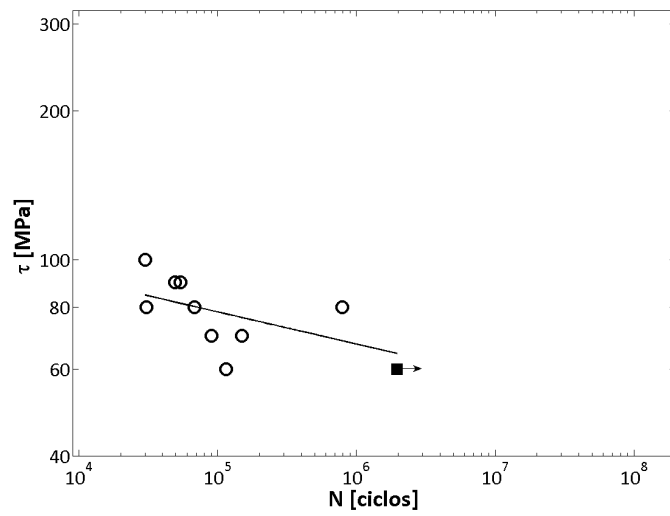
Por último, la figura 6.22 muestra la curva $S-N$ obtenida para ensayos a tracción sobre probetas de aluminio huecas con entallas de 3 mm de diámetro. La tensión correspondiente a 1×10^6 ciclos resulta 85 MPa.

6.2.2 Punto de iniciación y direcciones de grieta

Siguiendo con el análisis de resultados, se midieron, desde la superficie de la probeta, los puntos de inicio alrededor de la entalla y las direcciones de propagación en los primeros 500 μm . A su vez, dos probetas ensayadas a



(a) Tracción. Probeta tipo H-A11. Máquina de ensayos Rumul.



(b) Torsión. Probeta tipo H-A11. Máquina de ensayos MTS 809.

Figura 6.21: Curvas S - N de probetas huecas de aluminio con entalla de 2 mm de diámetro sometidas a tracción (a) y torsión (b).

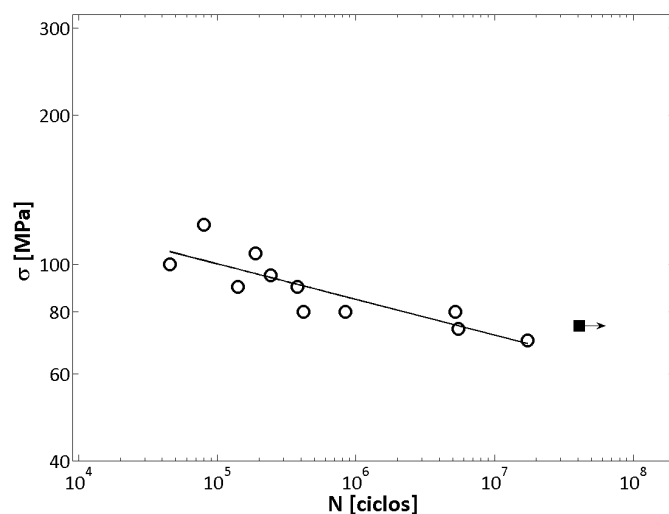


Figura 6.22: Curva $S-N$ de probetas huecas de aluminio con entalla de 3 mm de diámetro sometidas a tracción. Máquina Rumul.

tracción fueron analizadas con el perfilómetro sin contacto, con el objetivo de comprobar si lo medido desde la superficie de la probeta es representativo de lo que sucede en el interior.

Probetas macizas - entalla de 1 mm

Se midieron los ángulos de inicio alrededor de la entalla (θ) y la dirección de grieta grieta (θ_1) en los primeros 500 μm para probetas macizas con agujeros de 1 mm de diámetro sometidas a cargas de tracción. La tabla 6.15 muestra los resultados obtenidos. Al igual que en el caso del acero inoxidable, tanto

Tabla 6.15: Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas macizas de aluminio con entallas de 1 mm de diámetro.

Tracción	
θ	θ_1
4 ± 7	1 ± 11

la zona de inicio alrededor de la entalla, como la dirección de la grieta, se dan con máxima tensión principal. Sin embargo, en este caso hay una dispersión mayor y, como se ve en la figura 6.23, las grietas presentan un mayor zigzag.

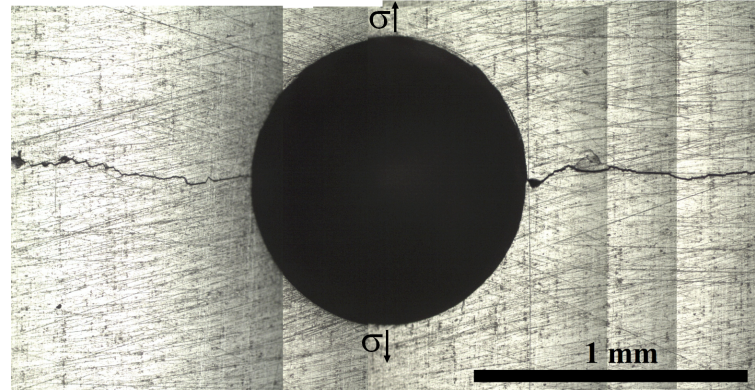


Figura 6.23: Fotografía de la superficie de una probeta maciza de aluminio 7075 T6 ensayada a fatiga en tracción-compresión. $R = -1$. $\sigma^\infty = 140$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 122.600$ ciclos.

Además, al igual que para las probetas de acero inoxidable, un ejemplar se llevó a analizar mediante el Perfilómetro sin contacto. Las imágenes se presentan en la figura 6.24

A simple vista ya se observa un cambio respecto de todas las muestras de acero (figuras 6.7 y 6.15), con una superficie mucho más escarpada, principalmente del lado izquierdo, donde parecen haberse iniciado tres grietas distintas. Al igual que para las probetas de acero, se midió el ángulo de inclinación y la máxima diferencia de altura en toda la profundidad de la entalla, sobre los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$, y la dirección de grieta sobre cuatro planos perpendiculares al eje del agujero ($Z \approx 0$, $Z \approx -1000$, $Z \approx -2000$ y $Z \approx -3000 \mu\text{m}$) a $100 \mu\text{m}$ y $500 \mu\text{m}$ de distancia desde la superficie del agujero. La figura 6.8 muestra un esquema de los descrito mientras que las tablas 6.16 y 6.17 muestran los resultados obtenidos para los planos $X \approx \pm 500$ y los planos a distintos Z , respectivamente.

En la tabla 6.16 se observa una gran diferencia de altura entre el máximo y el mínimo, principalmente en el plano $X \approx -500 \mu\text{m}$. A la hora de medir el valor de θ , la diferencia entre tomar el valor máximo ($+131 \mu\text{m}$) o el mínimo ($-131 \mu\text{m}$), implica una variación de $(\arctg(131/500)) \pm 15^\circ$. Esto hace que el valor tomado desde la superficie no sea tan representativo de lo que sucede dentro, como si lo era en el caso del acero. Por otro lado, es cierto que en el lado izquierdo de la entalla ($X < -500 \mu\text{m}$) parecen haberse iniciado tres grietas distintas, por lo que es lógico que haya una mayor dispersión en el

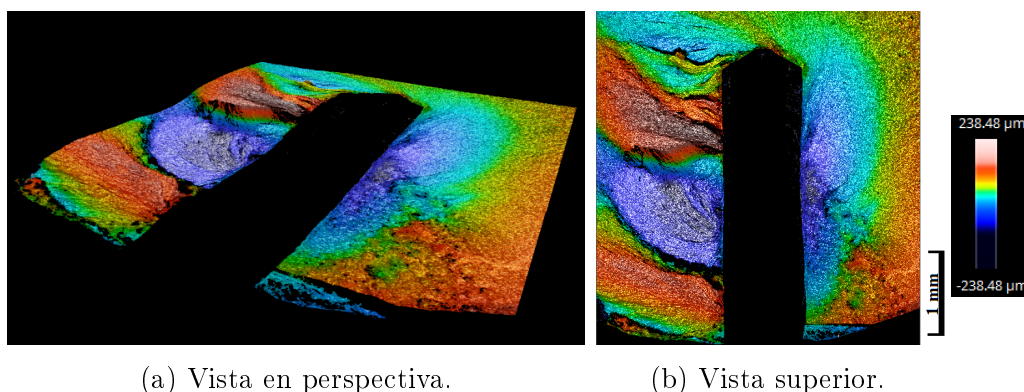


Figura 6.24: Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta maciza de aluminio 7075 T6 ensayada a tracción con una entalla de 1 mm de diámetro.

Tabla 6.16: Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta maciza de aluminio 7075 T6 con un agujero de 1 mm de diámetro.

Plano	Inclinación inicio-fin	Máxima diferencia de altura
$X \approx -500 \mu\text{m}$	$0,5^\circ$	$263 \mu\text{m}$
$X \approx 500 \mu\text{m}$	$0,5^\circ$	$128 \mu\text{m}$

valor de θ . En el caso del lado derecho ($X > 500 \mu\text{m}$), donde no parece haberse iniciado más de una grieta, la variación en θ es de $\pm 7^\circ$.

Comparando los resultados mostrados en la tabla 6.17 con los obtenidos para acero inoxidable (tablas 6.17 y 6.9) se observa nuevamente que la dirección a una distancia de $100 \mu\text{m}$ es mayor que a $500 \mu\text{m}$ y tiene más dispersión. Sin embargo, en este caso, a diferencia del acero, los valores a $500 \mu\text{m}$ también tiene una gran dispersión aunque si parece predominar la dirección principal máxima.

Estos resultados generan dudas a la hora de evaluar tanto el punto de inicio, como la dirección de grieta desde la superficie de la probeta obligando a ser cautos a la hora de obtener conclusiones de ellos.

Tabla 6.17: Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta maciza de aluminio 7075 T6 con agujero de 1 mm de diámetro sometida a tracción.

Plano	Ángulo primeros 100 μm	Ángulo primeros 500 μm
$Z \approx 0, X > 0$	12°	2°
$Z \approx -1000, X > 0$	10°	10°
$Z \approx -2000, X > 0$	14°	7°
$Z \approx -3000, X > 0$	6°	1°
$Z \approx 0, X < 0$	7°	1°
$Z \approx -1000, X < 0$	13°	5°
$Z \approx -2000, X < 0$	7°	4°
$Z \approx -3000, X < 0$	3°	2°

Probetas huecas - entalla de 1 mm

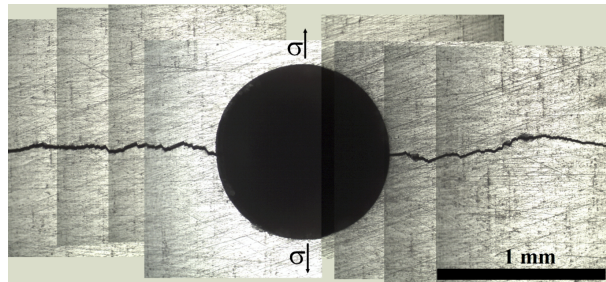
Siguiendo con el análisis sobre probetas de aluminio, la tabla 6.18 muestra los puntos de inicio y direcciones de grieta para probetas huecas sometidas a cargas de tracción, torsión y biaxial proporcional, con $\sigma^\infty = \tau^\infty$.

Tabla 6.18: Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de aluminio con entallas de 1 mm de diámetro.

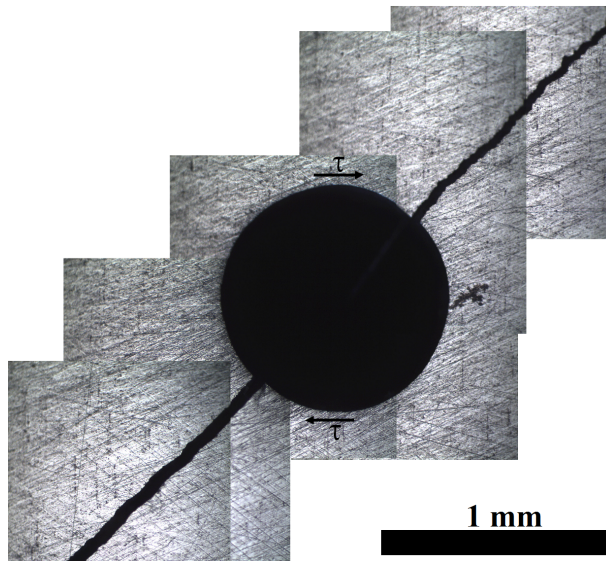
Tracción		Torsión		Biaxial $\sigma^\infty = \tau^\infty$	
θ	θ_1	θ	θ_1	θ	θ_1
3 ± 7	7 ± 9	44 ± 9	48 ± 6	32 ± 6	40 ± 4

Al igual que en todos los casos anteriores, la tabla 6.18 muestra que el punto de inicio se da en una zona cercana a la de máxima tensión principal y que la dirección de propagación a 500 μm es muy cercana, también, a la dirección principal.

Por su parte, las imágenes 6.25 muestran las superficies de tres probetas, una por cada tipo de carga. La superior corresponde a la probeta sometida a tracción, la intermedia a torsión y la inferior a carga biaxial proporcional.



(a) Superficie de una probeta hueca de aluminio 7075 T6 ensayada a fatiga en tracción-compresión. $\sigma^\infty = 117$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 101.700$ ciclos.

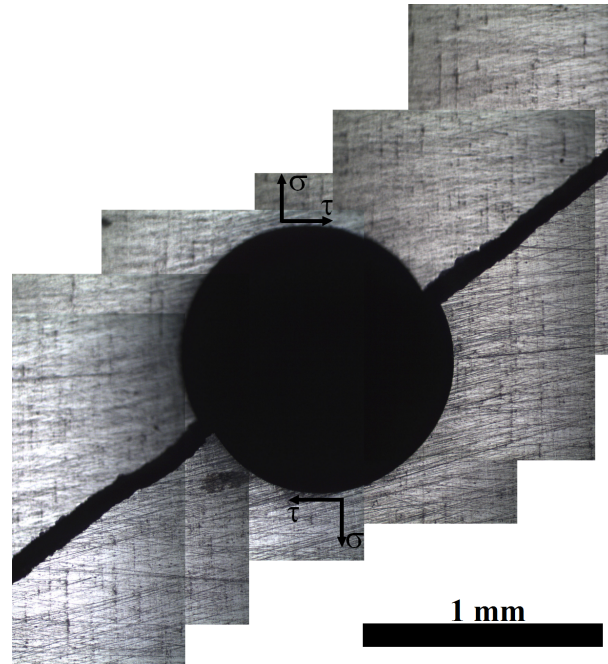


(b) Superficie de una probeta hueca de aluminio 7075 T6 ensayada a fatiga en torsión alternativa. $\tau^\infty = 75$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 1.533.296$ ciclos.

En la figura 6.25a se observa nuevamente un zigzag, algo que ocurrió prácticamente en todos los ensayos a tracción, sin importar el diámetro del agujero. Asimismo, una probeta hueca ensayada a tracción fue analizada con el Perfilómetro sin contacto. La imagen 6.26 muestra los resultados obtenidos.

Al igual que en el caso de la probeta maciza de aluminio, parecen iniciarse más de una grieta a cada lado de la entalla. A su vez, ambos lados del agujero presentan superficies muy escarpadas, principalmente el izquierdo.

La tabla 6.19 muestra la información obtenida del análisis realizado sobre los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$. Como puntos relevantes se tomaron la máxima diferencia de altura entre dos puntos y el ángulo de inclinación de la recta entre el inicio y el fin.



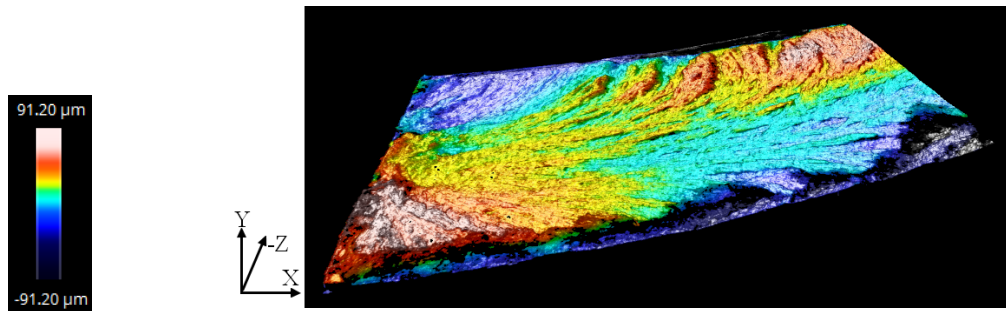
(c) Superficie de una probeta hueca aluminio 7075 T6 ensayada a fatiga bajo cargas biaxiales. $\sigma^\infty = \tau^\infty = 60$ MPa. $d_n = 1$ mm. $N = 4.113.553$ ciclos.

Figura 6.25: Montaje de fotografías de las superficies de probetas huecas de aluminio 7075 T6 ensayadas a tracción (a), torsión (b) y cargas biaxiales (c).

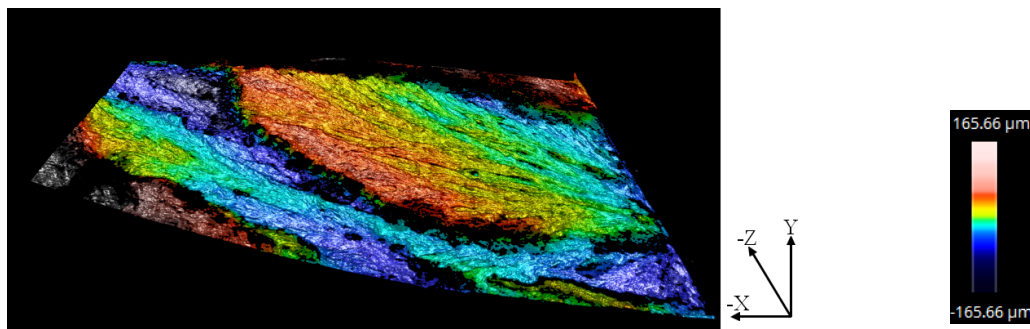
Tabla 6.19: Resumen de la topografía encontrada en los planos $X \approx -500 \mu\text{m}$ y $X \approx 500 \mu\text{m}$ de una probeta hueca de aluminio 7075 T6 con entalla de 1 mm de diámetro.

Plano	Inclinación inicio-fin	Máxima diferencia de altura
$X \approx -500 \mu\text{m}$	5°	$150 \mu\text{m}$
$X \approx 500 \mu\text{m}$	2°	$110 \mu\text{m}$

Tal y como se realizó en los casos anteriores, se calculó la variación que implica en el valor de θ la diferencia de altura máxima entre dos puntos. En este caso, para el plano $X \approx -500 \mu\text{m}$ dicha diferencia de altura equivale a $\pm 9^\circ$ en el valor del punto de inicio alrededor de la entalla. Nuevamente, como para el caso macizo, es más elevado que para las probetas de acero inoxidable. Por otro lado, la tabla 6.20 muestra el ángulo de inclinación de cuatro rectas perpendiculares a la arista del agujero.



(a) Vista de la superficie de fractura del lado derecho de la probeta.



(b) Vista de la superficie de fractura del lado izquierdo de la probeta.

Figura 6.26: Topografía de la superficie de fractura obtenida mediante el perfilómetro sin contacto. Probeta hueca de aluminio 7075 T6 ensayada a tracción con una entalla de 1 mm de diámetro.

Los resultados mostrados en la tabla 6.20 tienen tendencias muy parecidas al caso macizo. Por un lado, el ángulo medido en los primeros $100 \mu\text{m}$ es más elevado que a $500 \mu\text{m}$ y tiene mayor dispersión. Esto también se observa en los casos reportados de acero inoxidable. Sin embargo, al igual que en el caso macizo y a diferencia de los casos de acero, el ángulo medido a $500 \mu\text{m}$ tiene una mayor dispersión, lo que implica que el ángulo medido sobre la superficie de la probeta no sea tan representativo de todo lo que sucede dentro.

Probetas huecas - entalla de 2 mm

La tabla 6.21 muestra los puntos de inicio alrededor de la entalla y las direcciones de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio con entallas de 2 mm de diámetro, para cargas a tracción y torsión.

Al igual que en todos los casos anteriores, para ambos tipos de carga, los

Tabla 6.20: Resumen de las direcciones de grieta medidas en los planos ubicados a distintas profundidades del agujero. Probeta hueca de aluminio 7075 T6 con entalla de 1 mm de diámetro sometida a tracción.

Plano	Ángulo primeros 100 μm	Ángulo primeros 500 μm
$Z \approx 0, X > 0$	4°	0
$Z \approx -500, X > 0$	6°	4°
$Z \approx -1000, X > 0$	9°	0
$Z \approx -1500, X > 0$	16°	5°
$Z \approx 0, X < 0$	19°	10°
$Z \approx -500, X < 0$	0	2°
$Z \approx -1000, X < 0$	10°	5°
$Z \approx -1500, X < 0$	15°	6°

Tabla 6.21: Puntos de iniciación y direcciones de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de aluminio con entallas de 2 mm de diámetro.

Tracción		Torsión	
θ	θ_1	θ	θ_1
3 ± 6	2 ± 8	45 ± 8	48 ± 5

puntos de inicio y las direcciones de grieta se corresponden con las zonas de máxima tensión principal.

Proebtas huecas - entalla de 3 mm

Por último, la tabla 6.22 muestra el punto de inicio y la dirección de grieta promedio medidos para probetas huecas con entallas de 3 mm de diámetro sometidas a cargas de tracción.

Tabla 6.22: Punto de iniciación y dirección de grieta obtenidos experimentalmente para probetas huecas de aluminio con entallas de 3 mm.

Tracción	
θ	θ_1
5 ± 8	6 ± 7

Nuevamente, los valores se acercan mucho a las zonas de máxima tensión

principal.

6.2.3 Resumen de resultados sobre Aluminio

A continuación se destacan los puntos más importantes de los resultados de los ensayos sobre aluminio.

En primer lugar, la tabla 6.23 muestra las tensiones para que una probeta soporte 1×10^6 ciclos, calculadas según la función potencial de mejor ajuste.

Tabla 6.23: Tensión para 1×10^6 ciclos para probetas de aluminio 7075 T6 en los distintos tipos de ensayos.

Tipo de probeta			Tensión 1×10^6 ciclos [MPa]		
Material	Sección	d_n [mm]	σ^∞	τ^∞	$\sigma^\infty = \tau^\infty$
Aluminio	Maciza	0	258	149	—
		1	117	—	—
	Hueca	0	—	122	—
		1	95	75	65
		2	94	67	—
		3	85	—	—

- Las probetas huecas ensayadas a tracción, al igual que para el caso de acero inoxidable, parecen ser más sensibles al efecto de la entalla que las macizas. Sin embargo hay que destacar que, debido a la geometría utilizada, no se pudieron realizar satisfactoriamente ensayos a tracción sin entalla sobre probetas huecas. Por lo tanto, parte del efecto podría deberse al mecanizado del agujero central. Esto obliga a ser muy cautos a la hora de obtener conclusiones.
- Observando las grietas desde la superficie de la probeta, en todos los casos, éstas se originan en la zona de mayor tensión principal alrededor de la entalla y crecen en la dirección de máxima tensión principal. Dichos resultados tienen la misma tendencia que los obtenidos en acero inoxidable pero con una mayor dispersión. Esta dispersión se ve reflejada, también, al observar las probetas en el perfilómetro sin contacto,

dejando algunas dudas sobre lo representativo del estudio de las grietas desde la superficie de la probeta.

- En los casos observados con el perfilómetro sin contacto parecen originarse más de una grieta a cada lado de la entalla.

Capítulo 7

Predicciones del modelo NR y el modelo de Taylor

Luego de conocer los resultados experimentales, se presentan las predicciones teóricas para cada caso, realizadas con el modelo NR y otro modelo comúnmente utilizado en la industria y en el ámbito académico, el propuesto por Taylor [48, 49]. Dicho modelo agrupa distintos métodos de cálculo, conocidos como “*Métodos de Distancia Crítica*”. Cabe destacar que en el presente capítulo sólo se introducen de manera muy resumida, con el único fin de facilitar la comprensión de los resultados de las predicciones realizadas, las cuales se compararán más adelante con los resultados experimentales.

7.1 Predicciones del Modelo NR

Se realizaron las predicciones utilizando el modelo NR, visto a lo largo de los primeros capítulos del documento. Los datos necesarios para poder utilizar el modelo se resumen en la tabla 7.1. A ellos se les suman los diagramas de Kitagawa-Takahashi de cada material, los cuales son desconocidos. Por este motivo se utilizó la aproximación propuesta por Vallengano [20], vista en la ecuación 2.10. El valor del parámetro f se dejó en 2,5, siguiendo lo recomendado por el autor, mientras que el parámetro a_0 se calculó a través de la ecuación 7.1 para el acero inoxidable, material para el cual se conoce el valor de K_{Ith} . Para el aluminio 7075, a_0 se estimó a través del tamaño de grano, según la ecuación 7.2, obtenida a partir de ecuaciones presentadas

por Navarro [33].

$$a_0 = \frac{1}{\pi} \left[\frac{\Delta K_{Ith}}{\Delta \sigma_{FL}} \right]^2 \quad (7.1)$$

$$a_0 = \frac{D}{2} \left(\frac{m_{\infty}^*}{m_1^*} \right)^2 \quad (7.2)$$

Para la ecuación 7.2 se puede utilizar el valor $m_{\infty}^*/m_1^* = 3,1$, el cual es representativo del comportamiento de una grieta grande creciendo en un material policristalino [33].

Tabla 7.1: Propiedades de los materiales necesarias para utilizar el modelo NR.

Propiedades	Acero	Aluminio
\vec{b} [m]	1×10^{-9}	1×10^{-9}
ν	0,33	0,33
G [MPa]	80.000	26.000
D [μm]	80	15
a_0 [mm]	0,18	0,072

Posteriormente, se calcularon mediante las ecuaciones 3.5 los parámetros $m_{\sigma_1}^* \tau_c$ y $m_{\tau_1}^* \tau_c$, los cuales son los factores de proyección de la tensión normal y tangencial, respectivamente, multiplicados por la tensión tangencial necesaria para la activación de planos de deslizamiento en granos vecinos, para el grano 1. Dichos valores se utilizan, junto con el diagrama de Kitagawa del material, para calcular los parámetros equivalentes para el grano i -ésimo, $m_{\sigma_i}^* \tau_c$ y $m_{\tau_i}^* \tau_c$, los cuales dividen a las tensiones en la barrera, σ_3^i y τ_3^i respectivamente, en la ecuación de la condición de activación de planos de deslizamiento en granos vecinos a dicho grano (Ec: 3.3). La tabla 7.2 muestra los resultados encontrados para cada material. Cabe destacar que, dado que se conocen los datos de probetas de acero macizas y huecas, y estos no son iguales, se realizaron los cálculos para los dos.

Dado que ambos factores se utilizan para dividir a las tensiones en la barrera i -ésima, el término mayor ($m_{\tau_1}^* \tau_c$ para acero macizo, $m_{\sigma_1}^* \tau_c$ para los dos restantes) hará que esa tensión en la barrera tenga menor peso (τ_3^i para acero macizo, σ_3^i para los otros dos) en la ecuación 3.3. Por lo tanto, la predicción del modelo tenderá a ser en direcciones con mayor σ en el caso del acero inoxidable macizo y en direcciones de mayor τ para los otros dos casos.

Tabla 7.2: Factores de proyección de las tensiones normal y tangencial sobre el grano vecino al primer grano para cada material.

Material	$\alpha = \sigma_{FL}/\tau_{FL}$	$m_{\sigma_1}^* \tau_c$ [MPa]	$m_{\tau_1}^* \tau_c$ [MPa]
Acero macizo	1,09	1536	2273
Acero hueco	1,32	2270	1346
Aluminio macizo	1,73	4247	667

7.1.1 Acero Inoxidable

Cálculos para probetas macizas

Como se mencionó anteriormente, dado que los límites de fatiga de probetas de acero sin entalla son distintos en el caso macizo que en el caso hueco (tabla 6.12), los cálculos se realizaron por separado. En esta primera sección se toman como límites de fatiga del material sin concentradores, los correspondientes a probetas macizas ensayadas a tracción y torsión.

La figura 7.1 muestra los resultados obtenidos para el cálculo del límite a fatiga bajo cargas de tracción en un gráfico con escala logarítmica-lineal, junto con el punto experimental para estas condiciones. En el eje de ordenadas se encuentra la relación entre el límite de fatiga de la probeta entallada y el límite de fatiga a tracción del espécimen sin entalla (λ_{FL}/σ_{FL}). Por su parte, en el eje de las abscisas se grafica la relación entre el radio de la entalla y el tamaño de grano ($\Psi = R/D$).

En la figura 7.1 se ve cómo agujeros pequeños no influyen en el límite de fatiga del material, mientras que agujeros dos órdenes de magnitud más grandes que el tamaño de grano disminuyen dicho límite a aproximadamente $\sigma_{FL}/k_t \approx \sigma_{FL}/3$.

Por su parte, la figura 7.2 muestra un gráfico similar pero con las predicciones a torsión. Lógicamente, en este caso, el límite de fatiga calculado se adimensionaliza por el límite a torsión (λ_{FL}/τ_{FL}). Al igual que en la predicción a tracción, para agujeros muy pequeños, el valor del límite a fatiga no se altera, mientras que para entallas con diámetro superior a dos órdenes de magnitud el tamaño de grano medio, éste cae a un valor aproximadamente $\tau_{FL}/k_t \approx \tau_{FL}/4$.

Ambas tendencias para agujeros grandes eran esperables en un principio, debido al tipo de material con el que se trabaja. Como se deduce viendo los valores en la tabla 6.12, el acero inoxidable macizo tiene una relación entre

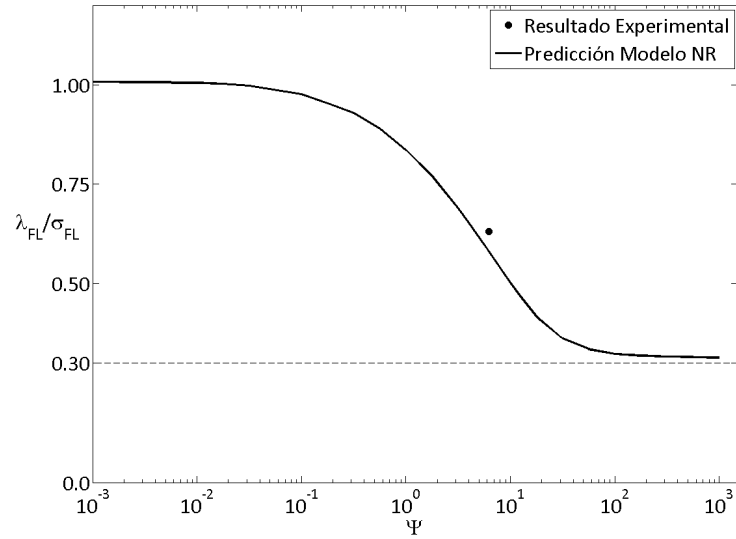


Figura 7.1: Límite de fatiga a tracción para probetas de acero macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con el resultado experimental.

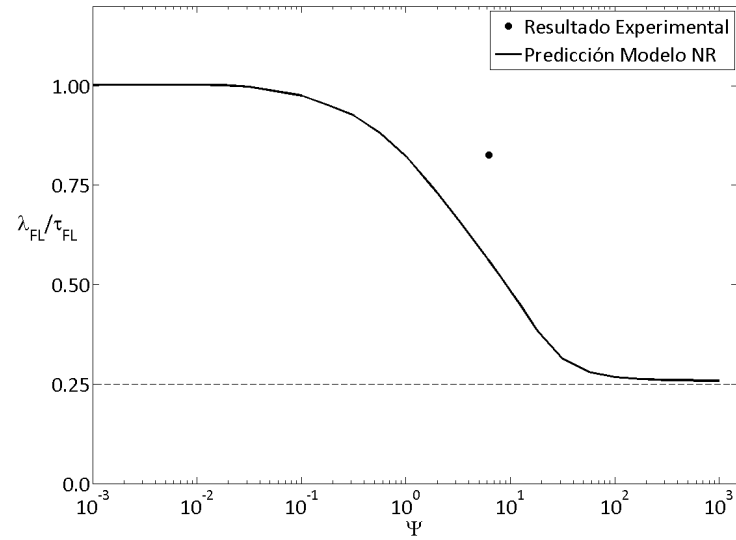


Figura 7.2: Límite de fatiga a torsión para probetas de acero macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con el resultado experimental.

límites de fatiga a tracción y torsión baja, $\sigma_{FL}/\tau_{FL} \approx 1,1$, lo que produce un criterio biaxial donde σ_3 pesa más que τ_3 , tal y como se describió recientemente (tabla 7.2). Sumado a esto, hay que destacar el hecho de que la concentración de tensiones, en las inmediaciones de la entalla, afecta principalmente a la componente σ . Por lo tanto, para agujeros grandes, donde el gradiente es suave, dicha componente se verá incrementada en un factor 3 para tracción y 4 para torsión a lo largo de toda la línea de grieta. Teniendo en cuenta lo mencionado anteriormente sobre la componente que controla el fallo del material, σ , y cómo el factor de concentración de tensiones afecta principalmente a esta componente, es que se ve disminuido el límite a fatiga en un factor $1/k_t$.

En cuanto a la comparación con los resultados experimentales, se ve claramente que el error para el caso a torsión es muy elevado mientras que a tracción no, siendo la predicción muy aceptable. La tabla 7.3 cuantifica dicha comparación entre los resultados experimentales y las predicciones para estos casos. En ella se muestran ambos resultados y se calcula un error según la siguiente fórmula:

$$Error = \frac{Pred - Res Exp}{Res Exp} \cdot 100\% \quad (7.3)$$

Siendo “*Pred*” el valor predicho por el modelo NR y “*Res Exp*” el valor obtenido experimentalmente.

Tabla 7.3: Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo NR para probetas macizas de acero con entalla de 1 mm de diámetro y aproximadamente 3 mm de profundidad.

Tipo de Carga	Resultados Exp. [MPa]	Predicción NR [MPa]	Error [%]
Tracción	199	182	−8
Torsión	238	161	−32

Por otra parte, las figuras 7.3 muestran los puntos de inicio alrededor de la entalla (θ) y las direcciones de propagación (θ_1) predichos por el modelo NR en función de la relación $\Psi = R/D$ para los ensayos a tracción. En la figura 7.3a se observa la evolución del punto de inicio alrededor de la entalla para el cual se obtiene λ_{FL} (curva), junto con una banda que se corresponde con los puntos de inicio para los cuales existe al menos un λ cuyo valor no supera

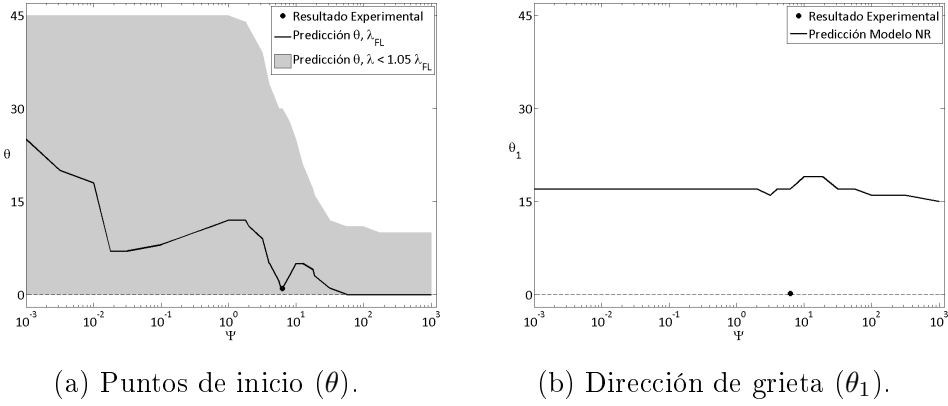


Figura 7.3: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de acero con entallas de 1 mm de diámetro sometidas a tracción.

por más del 5% al valor mínimo (λ_{FL}). Por su parte, la figura 7.3b muestra la evolución de la dirección de propagación, para el punto de inicio correspondiente al límite de fatiga (λ_{FL}). Cabe destacar que en este caso carece de sentido colocar una banda, como sí se hizo para los puntos de inicio, ya que la dirección de propagación depende, justamente, del punto de inicio. Este mismo procedimiento se repitió para cargas a torsión. Las figuras 7.4 muestran los resultados obtenidos.

Tanto en el caso a tracción como a torsión, se observa que para agujeros pequeños el punto de inicio puede ser prácticamente cualquiera. A medida que el agujero aumenta, la banda del 5% se va haciendo cada vez más pequeña, tendiendo hacia la zona alrededor de la entalla de máxima tensión principal (0° para tracción y 45° para torsión). Por otro lado, tanto para tracción como para torsión, las direcciones de propagación para agujeros pequeños y grandes son muy parecidas, teniendo un comportamiento extraño en la zona de agujeros comparables con el tamaño de grano. Esto último hace que sea importante evaluar más exhaustivamente que sucede con las predicciones del modelo en esa zona.

Por último, la tabla 7.4 muestra la comparación con los resultados experimentales vistos en la tabla 6.4, los cuales en todos los casos fueron muy cercanos a la zona de máxima tensión principal.

Como se observa en la tabla 7.4, la predicción para el punto de inicio está dentro de la dispersión experimental, mientras que la dirección de grieta no.

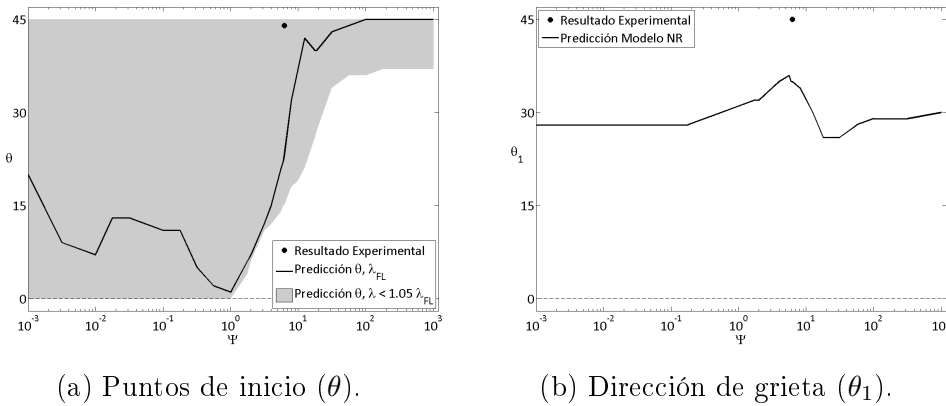


Figura 7.4: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de acero con entallas de 1 mm de diámetro sometidas a torsión.

Tabla 7.4: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR y resultados experimentales de probetas macizas de acero con entallas de 1 mm de diámetro sometidas a tracción y torsión.

Tipo de Carga	Punto de inicio θ		Dirección θ_1	
	Exp.	NR	Exp.	NR
Tracción	1 ± 8	1	$0,2 \pm 1,9$	17
Torsión	44 ± 5	23	$45,5 \pm 1,5$	35

Esto último era esperable ya que el comportamiento predicho por el modelo para distintas relaciones R/D (figuras 7.3b y 7.4b) es extraño en la zona intermedia. Sin embargo, cabe destacar que si se extrapolaran los resultados de agujeros pequeños, igualmente la dirección predicha estaría muy lejos de la medida experimentalmente.

Cálculos para probetas huecas

Continuando con el análisis de las predicciones del modelo NR se presentan los resultados predichos para probetas de acero huecas. Observando nuevamente la tabla 7.2, se ve que en este caso existirá una mayor influencia de las tensiones en la barrera τ_3 , dado que el término que las divide es menor. La figura 7.5 muestra la relación entre la predicción del límite de fatiga a tracción para probetas huecas de acero y el límite a tracción sin entalla de

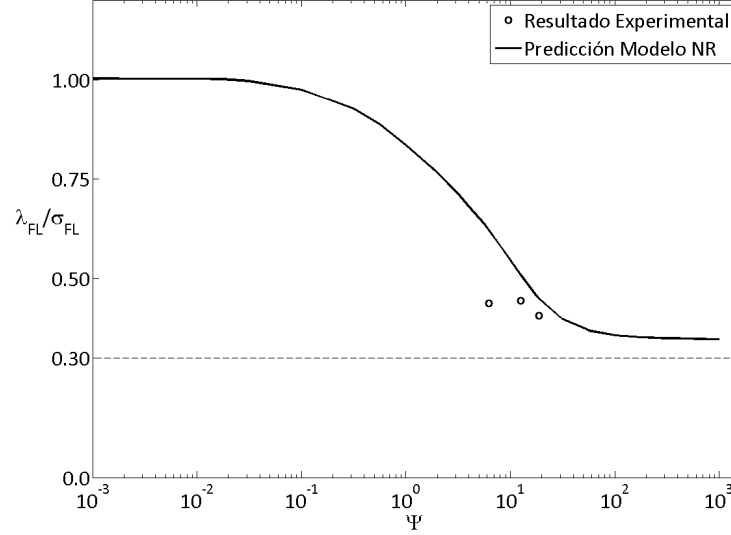


Figura 7.5: Límite de fatiga a tracción para probetas de acero huecas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con los resultados experimentales.

las mismas (λ_{FL}/σ_{FL}), en función de la relación $\Psi = R/D$. A su vez, se muestran los tres resultados experimentales obtenidos para este tipo de probetas.

Por su parte, las figuras 7.6 y 7.7 muestran las predicciones para los ensayos a torsión y biaxiales, respectivamente, junto con los resultados experimentales. En la figura 7.6 el eje de las ordenadas muestra al límite de fatiga predicho adimensionalizado por el límite de fatiga de la probeta sin entalla. Esto no se pudo realizar para el caso de cargas biaxiales (figura 7.7) dado que no hay ensayos experimentales sin entalla.

Comparando la predicción del límite a fatiga para agujeros muy grandes en este caso, respecto del acero macizo, se evidencia la mayor influencia de τ . Dado que ahora se tienen en cuenta ambas tensiones, y que la concentración de tensiones τ es menor que la de tensiones σ , es que los límites no tienden a valores $\sigma_{FL}/3$ o $\tau_{FL}/4$, sino a valores superiores.

La tabla 7.5 muestra la comparación numérica entre los resultados experimentales y las predicciones del modelo NR. En ella se refleja una tendencia similar al caso macizo, con la mayoría de las predicciones dentro del rango del 20% y algunos casos levemente por encima.

Por otro lado, en las figuras 7.8 se muestran las predicciones para el punto

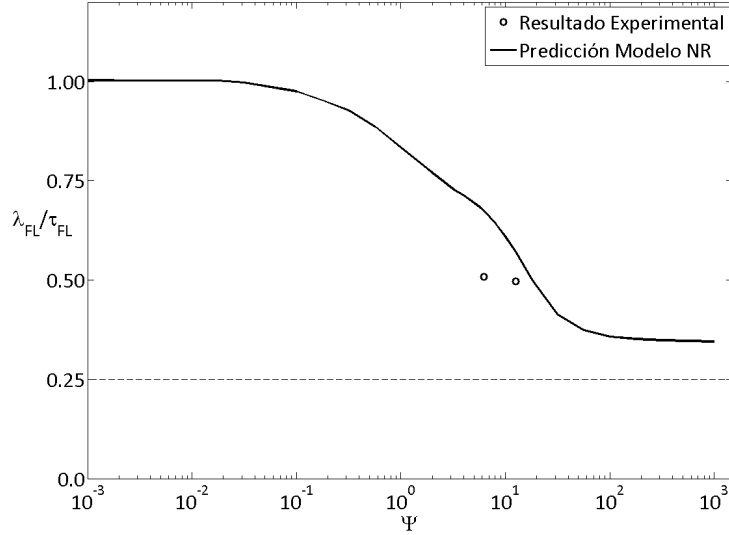


Figura 7.6: Límite de fatiga a torsión para probetas de acero huecas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con los resultados experimentales.

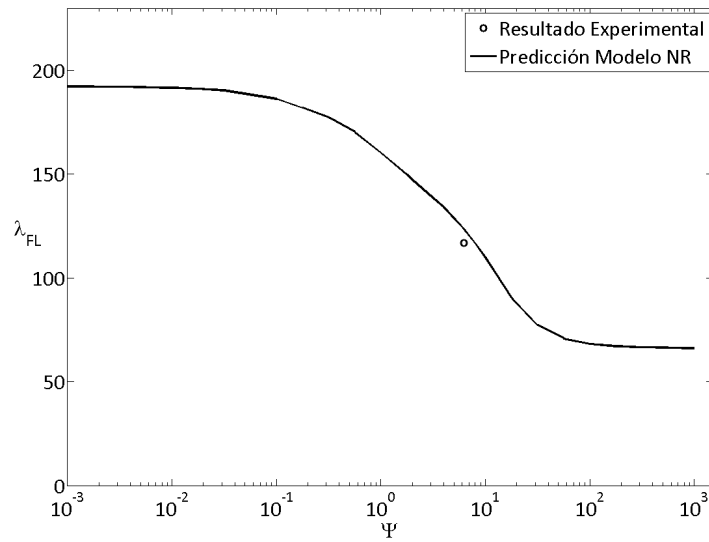


Figura 7.7: Límite de fatiga bajo cargas biaxiales ($\sigma^\infty = \tau^\infty$) para probetas de acero huecas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con el resultado experimental obtenido.

Tabla 7.5: Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo NR para probetas huecas de acero con agujeros de 1, 2 y 3 mm.

Tipo de Carga	$d_n[mm]$	Resultados Exp. [MPa]	Predicción NR [MPa]	Error [%]
Tracción	1,07	154 ¹	215	28
	2,07	154	176	12
	3,02	141	156	10
Torsión	1,07	133	177	24
	2,07	130	150	13
Biaxial	1,07	117	124	6

¹ Límite de fatiga promedio de los dos calculados para este tipo de probeta (tabla 6.12).

de inicio y dirección de la grieta para cargas a tracción, en función de la relación $\Psi = R/D$. Las figuras 7.9 y 7.10 muestran los casos de torsión y cargas biaxiales, respectivamente. Cabe destacar, que en el caso de la figura 7.9 (cargas a torsión) se observa que el punto medido experimentalmente es mayor a 45° , valor máximo hasta el cual se realizaron las predicciones con el modelo NR. Dicho valor se escogió como máximo ya que coincide con la zona de máxima tensión principal, lo que provoca que las tensiones, a ambos lados, sean iguales en valor absoluto, sólo diferenciándose en el signo de τ , el cual carece de sentido al trabajar con una relación de carga $R = -1$. Esto quiere decir que, basados en las tensiones elásticas, el punto 46° tiene las mismas tensiones que el punto 44° .

Por último, el resumen de toda la información referente a las direcciones de grieta y puntos de inicio se encuentra en la tabla 7.6.

Nuevamente, como en el caso macizo, la mayor parte de los los puntos de inicio predichos se encuentran dentro del margen experimental. Son excepción el caso a torsión de agujeros de 1 mm de diámetro y a cargas biaxiales. Sin embargo, en todos los casos, los puntos experimentales se encuentran dentro de la banda de predicción del 5%. Esto quiere decir que para esos puntos de inicio, el modelo NR predice valores de límite a fatiga menores a 1,05 veces el valor mínimo predicho.

Por otro lado, al igual que para el caso macizo, las direcciones de grieta no se predicen de manera acertada, estando siempre lejos de los resultados experimentales.

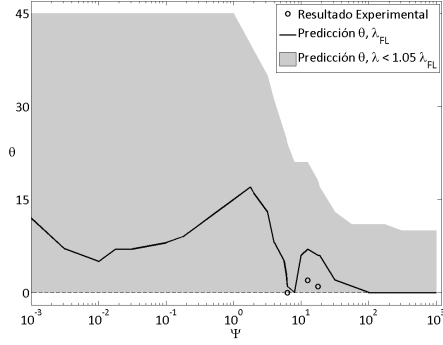
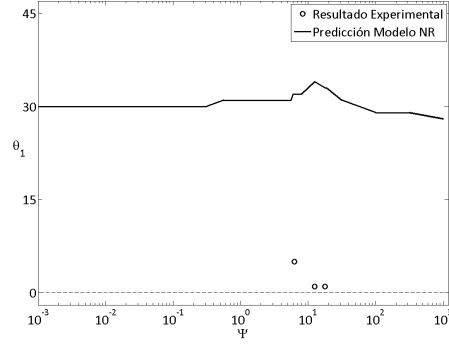
(a) Puntos de inicio (θ).(b) Dirección de grieta (θ_1).

Figura 7.8: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas huecas de acero sometidas a tracción.

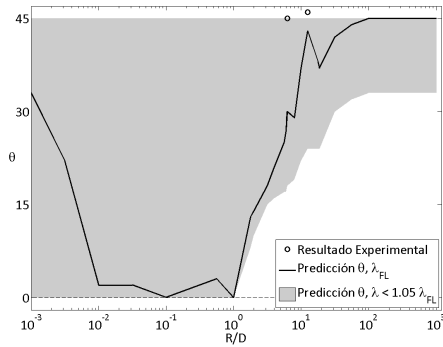
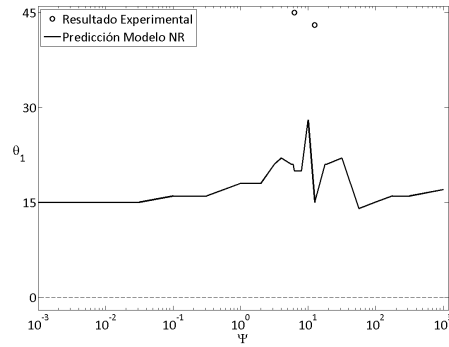
(a) Puntos de inicio (θ).(b) Dirección de grieta (θ_1).

Figura 7.9: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas huecas de acero sometidas a torsión.

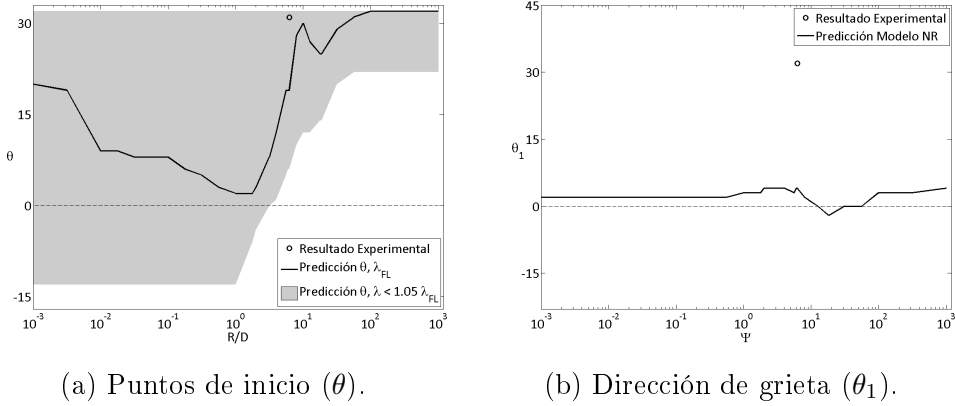


Figura 7.10: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas huecas de acero sometidas a cargas biaxiales con $\sigma^\infty = \tau^\infty$.

Tabla 7.6: Comparación entre resultados experimentales y predicciones del modelo NR de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) para probetas huecas de acero AISI 304L sometidas a tracción, torsión y cargas biaxiales ($\sigma^\infty = \tau^\infty$).

Tipo de Carga	$d_n[mm]$	Punto de inicio θ		Dirección θ_1	
		Exp.	NR	Exp.	NR
Tracción	1,07	0 ± 13	1	5 ± 9	32
	2,07	2 ± 9	7	1 ± 4	34
	3,02	1 ± 5	6	1 ± 8	33
Torsión	1,07	45 ± 8	30	46 ± 2	20
	2,07	46 ± 6	43	43 ± 3	15
Biaxial	1,07	31 ± 2	19	32 ± 4	4

7.1.2 Aluminio

Por último, se muestran las predicciones del modelo NR para el caso del aluminio 7075 T6. Recordando nuevamente la tabla 7.2, se puede deducir que para este material prácticamente no influyen las tensiones en la barrera σ_3 , dado que el factor que divide a éstas en la condición de activación es considerablemente mayor, restándole influencia. Por otro lado, al tratarse de aluminio, no se toma un “límite de fatiga” para realizar los cálculos sino la tensión para la cual una probeta soporta 1×10^6 ciclos, predicha a través de la curva $S-N$ del material. Además, como se mencionó anteriormente,

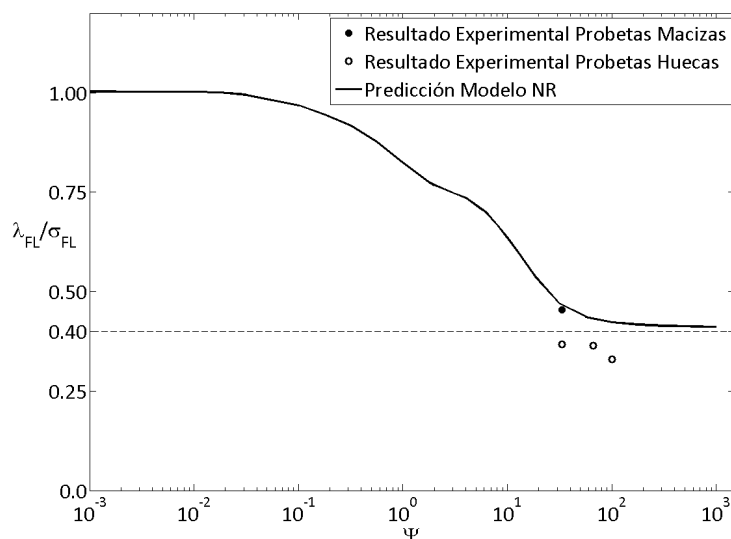


Figura 7.11: Límite de fatiga a tracción para probetas de aluminio macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ junto con resultados experimentales.

lamentablemente no se pudo realizar una curva $S-N$ a tracción para probetas huecas sin entalla, por lo que solo se podrá predecir el caso macizo.

La figura 7.11 muestra la predicción para cargas a tracción junto con el punto experimental obtenido para probetas macizas y, como complemento, los puntos experimentales obtenidos para probetas huecas. A su vez, las figuras 7.12 y 7.13 muestran las predicciones para los casos de cargas de torsión y biaxiales con $\sigma^\infty = \tau^\infty$, respectivamente. Si bien no hay resultados experimentales para comparar estrictamente con estos últimos, ya que sólo se realizaron ensayos con probetas huecas, las gráficas se incluyen para terminar de comprender los cambios en las predicciones del modelo NR de acuerdo al tipo de material.

En el caso de las predicciones a tracción (figura 7.11) se observa una muy buena correlación con el resultado experimental. Por otro lado, al comparar las predicciones para probetas macizas con los resultados experimentales obtenidos sobre probetas huecas, la correlación no es buena, con excepción del caso biaxial. Esto era de esperarse ya que en los resultados experimentales parecen distinguirse probetas huecas de macizas y en este caso se las compara indistintamente.

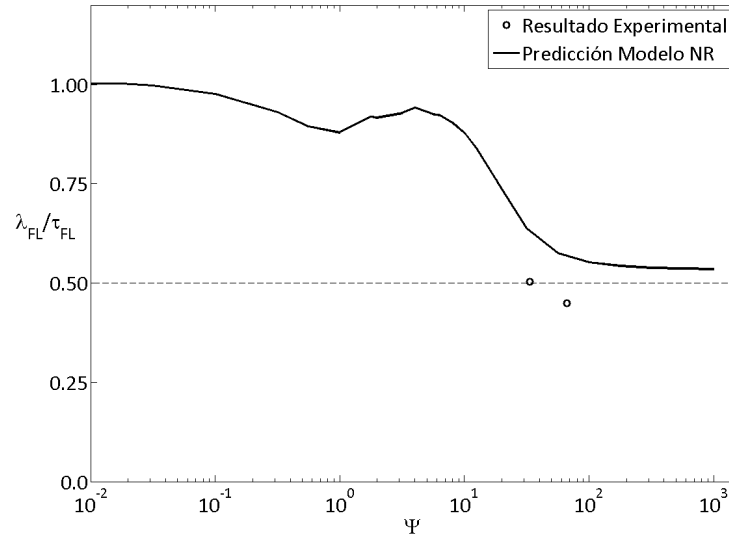


Figura 7.12: Límite de fatiga a torsión para probetas de aluminio macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ , junto con resultados experimentales para probetas huecas.

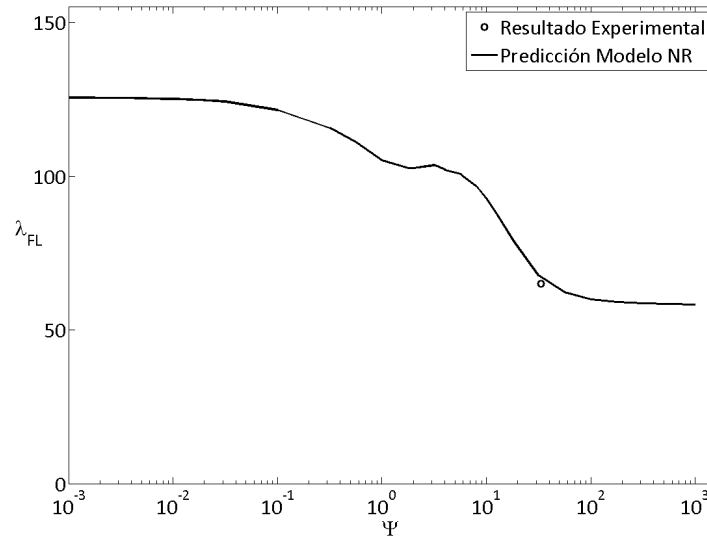


Figura 7.13: Límite de fatiga bajo cargas biaxiales ($\sigma^\infty = \tau^\infty$) para probetas de aluminio macizas predicho por el modelo NR en función de la relación Ψ , junto con el resultado experimental obtenido para probetas huecas.

Siguiendo con el análisis de las predicciones del modelo NR, es muy sorprendente la forma que toma la curva a torsión (figura 7.12) no siendo monótonamente decreciente la predicción de λ_{FL} en función de la relación Ψ . En términos estructurales, este hecho implica que en algunas casos es menos perjudicial para una placa hacerle un agujero más grande, lo cual va en contra del sentido común. Esto último, sumado a la variación de las direcciones de propagación vistas para los dos casos de acero AISI 304L hacen meritorio analizar como son las predicciones del modelo NR de manera genérica, lo cual se hará en la siguiente sección.

Continuando con el análisis de las predicciones, la tabla 7.7 muestra la comparación entre el resultado experimental y lo predicho por el modelo NR para el caso de probetas macizas a tracción.

Tabla 7.7: Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo NR para probetas macizas de aluminio con entalla de 1 mm sometidas a cargas de tracción.

Tipo de Carga	Resultados Exp. [MPa]	Predicción NR [MPa]	Error [%]
Tracción	117	121	3

Por último, se muestran la evolución de los posibles puntos de inicio alrededor de la entalla (θ) y la evolución de la dirección de propagación (θ_1) para cargas a tracción (figura 7.14), torsión (figura 7.15) y biaxial (figura 7.16).

Al igual que para los dos casos de acero AISI 304L vistos anteriormente, se observa que para agujeros muy pequeños la grieta se puede iniciar desde cualquier punto alrededor del agujero. Esta zona se reduce para agujeros de tamaño comparable con la microestructura, dejando fuera a la zona de máxima tensión principal, algo que no sucedió para el acero inoxidable. Por último, para agujeros grandes, la zona vuelve a ser mayor y, en todos los casos, se sitúa alrededor de la zona de máxima tensión principal.

El efecto observado para la dirección de propagación sigue también el comportamiento visto anteriormente. La dirección más probable, según el modelo, es constante para agujeros pequeños, sufre algunos cambios en la zona central y vuelve a ser prácticamente constante para agujeros grandes y muy parecida a la correspondiente a agujeros pequeños.

Por último, la tabla 7.8 muestra la comparación entre el punto de inicio y la dirección de grieta, medidos experimentalmente, con los predichos por el

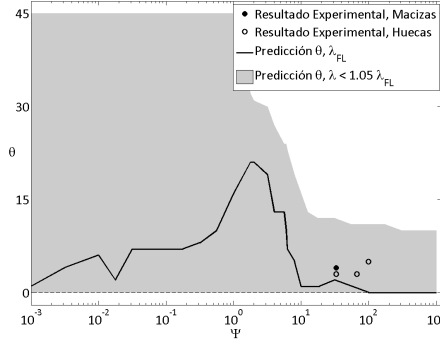
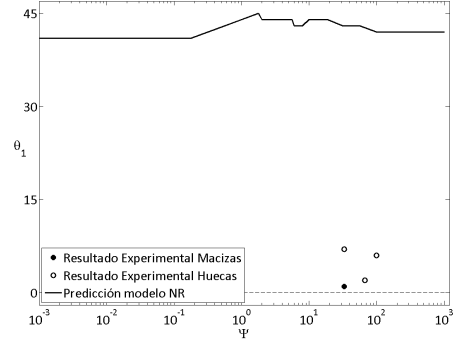
(a) Puntos de inicio (θ).(b) Dirección de grieta (θ_1).

Figura 7.14: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de aluminio sometidas a tracción.

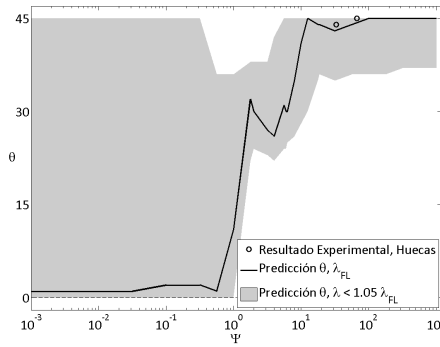
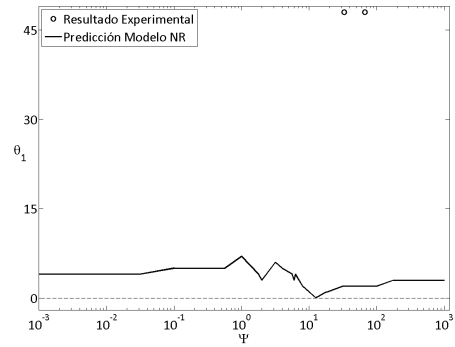
(a) Puntos de inicio (θ).(b) Dirección de grieta (θ_1).

Figura 7.15: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de aluminio sometidas a torsión.

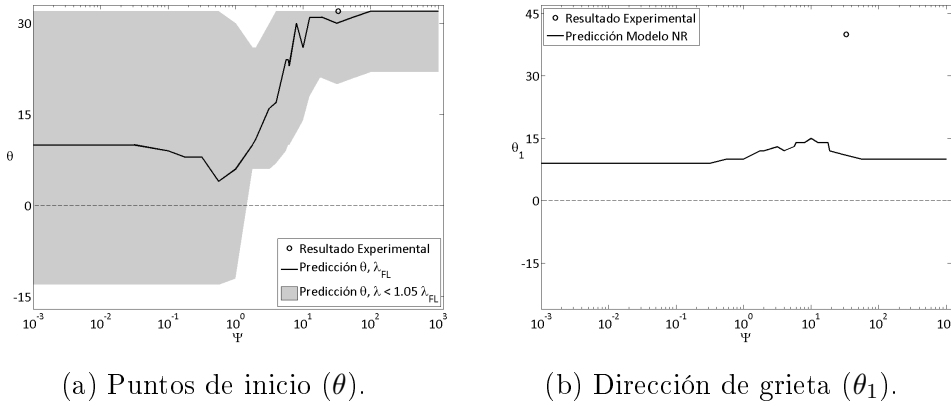


Figura 7.16: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR para probetas macizas de aluminio sometidas a cargas biaxiales con $\sigma^\infty = \tau^\infty$.

modelo NR para probetas de aluminio macizas con agujeros de 1 mm de diámetro sometidas a tracción.

Tabla 7.8: Comparación entre los puntos de inicio y las direcciones de grieta medidos experimentalmente y predichos por el modelo NR. Aluminio 7075 T6 con agujero de 1 mm de diámetro.

Tipo de Carga	Punto de inicio θ		Dirección θ_1	
	Exp.	NR	Exp.	NR
Tracción	4 ± 7	4	1 ± 11	41

7.2 Análisis de las predicciones del modelo NR

Como se vio en la sección anterior, la predicción del modelo NR de la tensión para la cual una probeta tiene una vida de 1×10^6 ciclos, para el caso de probetas de aluminio sometidas a torsión, sorprende enormemente debido a que no es monótona decreciente, lo cual va en contra del sentido común. Esto hace necesario comprender el por qué se está prediciendo el comportamiento de esta manera, e intentar proponer alternativas para evitar este tipo de predicciones.

Para ayudar a esa comprensión de los resultados, es necesario observar como respondería el modelo NR ante distintos tipos de materiales. En ese sentido, la tabla 7.9 muestra tres posibles materiales con distinta relación $\alpha = \sigma_{FL}/\tau_{FL}$. Estos cambios en la relación α derivan en distintos divisores de las tensiones de barrera σ_3^i y τ_3^i en la condición de activación de deslizamiento en el grano vecino al *i-ésimo* grano (ecuación 3.3). Cabe destacar que se eligieron sólo tres materiales por simplicidad, mientras que la respuesta del modelo NR a una gama más amplia de materiales se muestra al final de esta sección.

Tabla 7.9: Relación σ_{FL}/τ_{FL} para distintos materiales teóricos.

Material	α	$\frac{m_{\sigma_1}^* \tau_c}{m_{\tau_1}^* \tau_c}$
Material A	1	0
Material B	1,5	2,8
Material C	2	∞

Como se observa en la tabla 7.9, el material A tiene una relación $\alpha = 1$, lo que hace que el término $m_{\tau_1}^* \tau_c$ se haga infinito. A los fines del modelo NR, esto hace que la tensión en la barrera τ_3 se divida por infinito en la condición de activación (ecuación 3.3), quitándole cualquier tipo de importancia. En contrapartida, el material C tiene una relación $\alpha = 2$, lo que deriva en que el término $m_{\sigma_1}^* \tau_c$ sea infinito, haciendo que la tensión en la barrera σ_3 carezca de importancia. Por último, el material B es un caso intermedio en el cual ambas tensiones en la barrera tienen peso.

La figura 7.17 muestra la predicción del límite a fatiga hecha con el modelo NR para los tres materiales sometidos a tracción, en función de la relación Ψ . Por su parte, la figura 7.18 muestra las predicciones para cargas a torsión. Viendo ambas figuras (7.17 y 7.18) resulta evidente que las predicciones tienen un comportamiento cada vez más extraño a medida que aumenta la influencia de la tensión τ_3 en la condición de activación (ecuación 3.3), por lo que resulta lógico centrar la atención en esta tensión.

Una forma fácil de evaluar el efecto de la tensión τ_3 , es hacerlo a través del material C, en el cual no influye la tensión σ_3 , dado que el término que la divide es infinito. Por ello, se toma el ejemplo de las predicciones del modelo NR para dicho material a torsión (figura 7.18). En ese sentido, las figuras 7.19 muestran la evolución del punto de inicio y de la dirección de la grieta

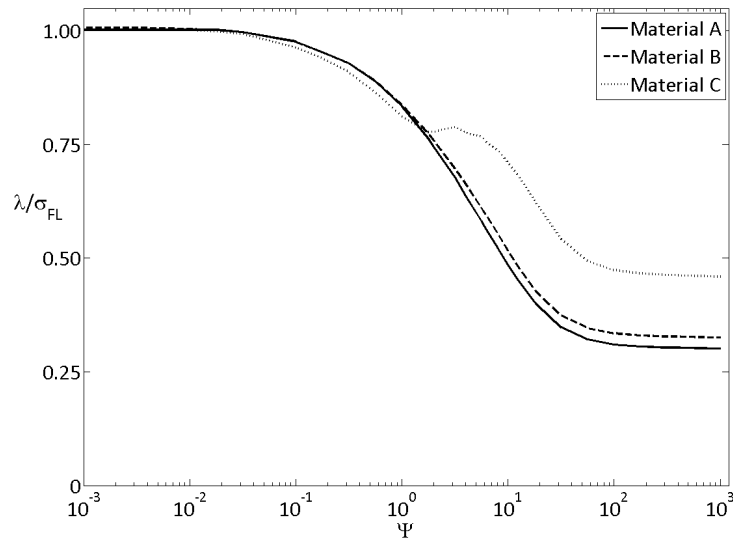


Figura 7.17: Predicción, a través del modelo NR, del límite de fatiga a tracción para los materiales teóricos A, B y C.

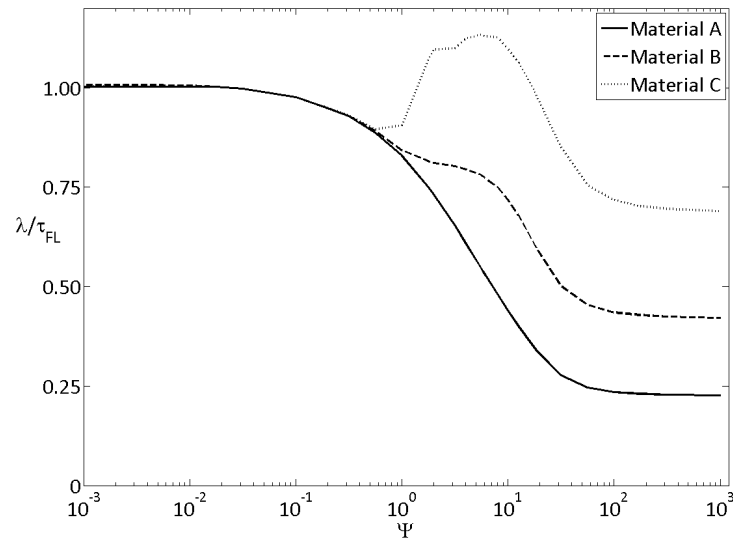


Figura 7.18: Predicción, a través del modelo NR, del límite de fatiga a torsión para los materiales teóricos A, B y C..

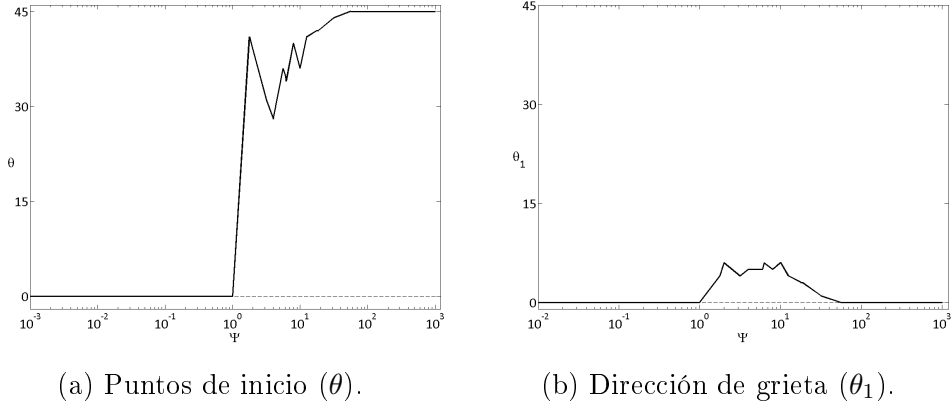


Figura 7.19: Predicciones de punto de inicio (θ) y dirección de grieta (θ_1) del modelo NR, para el material C sometido a torsión, en función de Ψ .

para este material sometido a torsión en función de la relación Ψ .

En ambas figuras se puede ver claramente que para agujeros pequeños el punto de inicio preferente se encuentra en $\theta = 0$ y la dirección de la grieta es, también, en $\theta_1 = 0$. Por su parte, para agujeros muy grandes, el punto de inicio preferente se encuentra a $\theta = 45^\circ$ y la dirección de propagación es, nuevamente, $\theta_1 = 0$. Para agujeros intermedios, justamente en donde la predicción del límite de fatiga tiene un comportamiento extraño, la dirección de propagación tiene una variación muy brusca. Por lo tanto, parece razonable preguntarse qué sucede con la tensión τ_3 (recordando que es la única que importa en este tipo de material) para las direcciones $(\theta = 0, \theta_1 = 0)$ y $(\theta = 45^\circ, \theta_1 = 0)$ para distintas relaciones Ψ . En ese sentido, la figura 7.20 muestra la tensión en la barrera del primer grano sobre las direcciones $(\theta = 0, \theta_1 = 0)$ y $(\theta = 45^\circ, \theta_1 = 0)$ en función de Ψ . Además, para ayudar al lector, se incluye una pequeña figura con la predicción a torsión del material C, visto en la figura 7.18.

En la figura 7.20 se observa como la tensión en la barrera para la dirección $(\theta = 0, \theta_1 = 0)$ aumenta a medida que aumenta Ψ hasta llegar a un máximo. Posteriormente cae hasta “0” para agujeros muy grandes. Por otro lado, la tensión en la barrera para la dirección $(\theta = 45^\circ, \theta_1 = 0)$ sigue el comportamiento inverso. Para Ψ muy pequeños, la tensión desciende con el aumento del agujero hasta alcanzar un mínimo. Posteriormente la tensión aumenta hasta hacerse prácticamente constante para Ψ muy grandes.

Observando el comportamiento de la tensión τ_3 en ambas direcciones, se

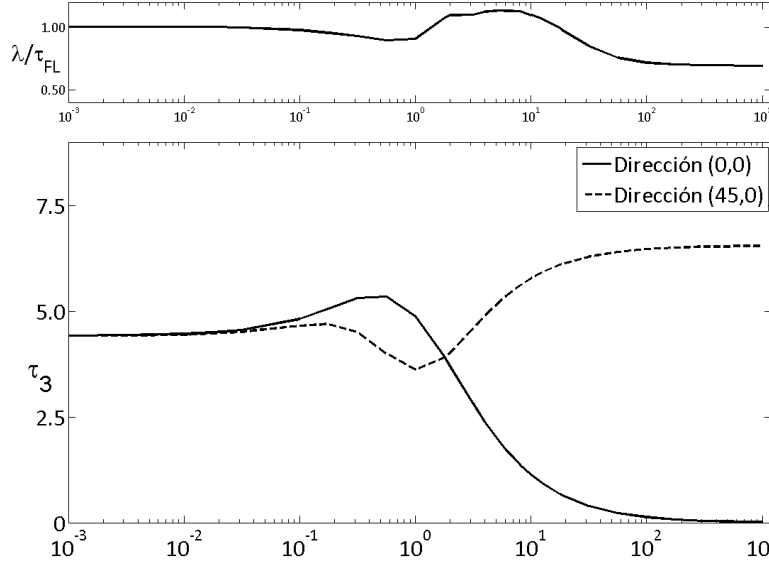


Figura 7.20: Tensiones en la barrera (τ_3) para dos direcciones específicas en función de la relación Ψ junto con la predicción del modelo NR para cargas a torsión. Material C.

puede notar que τ_3 de la dirección ($\theta = 0, \theta_1 = 0$) comienza a decrecer antes de que la tensión τ_3 en la dirección ($\theta = 45, \theta_1 = 0$) comience a aumentar. Esto provoca que, en el global, la máxima tensión τ_3 disminuya, haciendo que la predicción de λ_{FL} aumente. Esto último, desde el punto de vista matemático es lógico pero parece difícil que represente correctamente el comportamiento real de una placa con un agujero sometida a torsión.

La siguiente duda que surge está relacionada con el por qué se produce este comportamiento. Para intentar aclararla se muestran las tensiones σ y τ que habría sobre la línea de grieta si esta no existiera, para una placa sometida a cargas tangenciales (τ^∞). Cabe recordar en este punto que las tensiones sobre la línea de grieta forman el vector de coeficientes independientes del sistema de ecuaciones que se resuelve en el modelo numérico, por lo que tienen especial importancia en la predicción del modelo NR. La figura 7.21 muestra las tensiones σ y τ para la dirección $\theta = 0, \theta_1 = 0$. En el eje de las ordenadas se tiene la relación entre la tensión sobre la línea (σ o τ) y la tensión τ^∞ aplicada. Por su parte, el eje de las abscisas no tiene escala, se utiliza para colocar la posición de la barrera para una cierta relación Ψ .

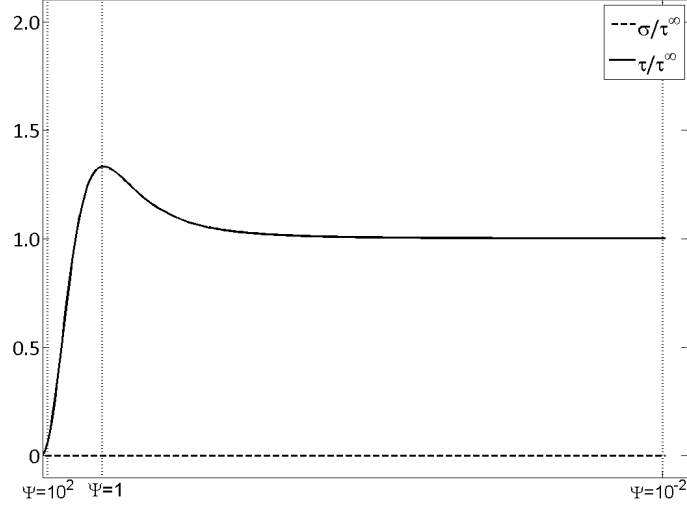


Figura 7.21: Tensiones σ y τ sobre la dirección $\theta = 0$, $\theta_1 = 0$.

En la imagen 7.21 se ve como para agujeros muy pequeños (Ψ muy pequeños) la influencia del agujero disminuye. En la gráfica eso se refleja viendo el corte de la relación Ψ específica más lejos del inicio de la curva, donde la relación τ/τ^∞ es 1, evidenciando que el agujero no altera el campo de tensiones a esa distancia. A medida que la relación Ψ aumenta, la primera barrera empieza a notar la presencia del agujero. En la gráfica eso se refleja viendo el corte de la barrera más cerca del origen de la curva.

Por su parte, la figura 7.22 muestra la misma información para la dirección $\theta = 45^\circ$, $\theta_1 = 0$.

Comparando la información de ambas imágenes se puede dilucidar el motivo por el cual las tensiones τ_3 cambian de tendencia para una relación $\Psi \approx 1$ (figura 7.20). En el caso de la dirección $\theta = 0$, $\theta_1 = 0$ para relaciones Ψ muy pequeñas, prácticamente toda la tensión sobre la línea de grieta es constante e igual a “1” (figura 7.21), es decir el efecto del agujero es despreciable. A medida que la relación Ψ aumenta (más cerca del origen en el gráfico), la influencia del agujero aumenta y una parte de la línea de grieta comienza a ver tensiones mayores a “1”. Sin embargo, para una relación Ψ levemente menor que “1” se alcanza un máximo. Luego, al aumentar Ψ (hacia la izquierda en el gráfico) la tensión sobre la línea de grieta disminuye hasta ser prácticamente “0” en toda la línea. Esto explica por qué en la figura 7.20 primero la

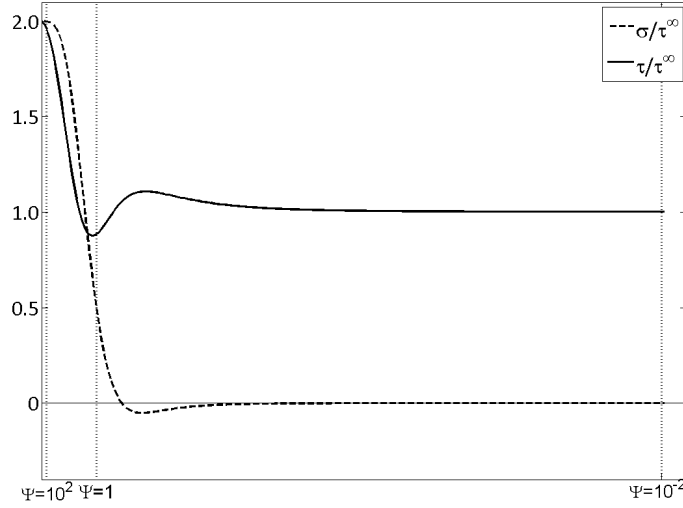


Figura 7.22: Tensiones σ y τ sobre la dirección $\theta = 45^\circ$, $\theta_1 = 0$.

tensión en la barrera aumenta, alcanza un máximo para Ψ levemente menor que “1” y luego disminuye hasta ser “0” para agujeros muy grandes.

Aplicando este mismo razonamiento a la dirección $\theta = 45^\circ$, $\theta_1 = 0$ (figura 7.22), se puede obtener una conclusión similar. Si bien en este caso la tensión σ sobre la línea de grieta no es nula, su comportamiento es bastante regular, aumentando su valor a medida que aumenta la influencia del agujero. En el caso de la tensión τ hay un cambio de tendencia muy marcado para una relación $\Psi \approx 1$. Para agujeros muy pequeños, la tensión sobre la línea de grieta es prácticamente “1” en toda su extensión, luego para agujeros del orden del tamaño de grano ($\Psi \approx 1$) la tensión τ en la zona de la barrera disminuye, provocando que la tensión en la barrera τ_3 disminuya. Posteriormente, para relaciones mayores, comienza a aumentar, siendo para agujeros muy grandes prácticamente “2” veces la tensión τ^∞ en toda la línea. Por lo tanto, es lógico que la tensión en la barrera τ_3 (figura 7.20) para esta dirección, para agujeros muy pequeños (Ψ muy pequeños), sea muy parecida a la dirección ($\theta = 0$, $\theta_1 = 0$), ya que prácticamente no hay influencia del agujero sobre ninguna de las direcciones. Luego, para agujeros del orden del tamaño de grano ($\Psi \approx 1$), donde la tensión τ en la posición de la barrera tiene su mínimo, disminuye τ_3 . Por último, para agujeros mayores, la tensión sobre la línea de grieta es cada vez más alta y cercana a “2”, por lo que la tensión

τ_3 aumenta.

Si bien la tensión en la barrera τ_3 resulta de la solución de un sistema de ecuaciones en el cual influyen más factores que la tensión externa sobre la línea de grieta, su comportamiento para las direcciones analizadas, para distintos Ψ , parece estar directamente relacionado con la tensión τ sobre esas direcciones. Por lo tanto, cualquier intento por modificar este comportamiento, debería ir enfocado en esa dirección.

Una propuesta para modificar el modelo NR, es permitirle a la grieta crecer cambiando de dirección barrera a barrera. Hasta ahora, se elige un punto de iniciación y una dirección (θ y θ_1) y se modela a la grieta como una recta hasta el fallo del componente. Sin embargo, en muchos casos experimentales, la grieta se inicia con una dirección que no mantiene a lo largo de toda su propagación, especialmente durante los primeros granos, como ha demostrado con una extensa campaña experimental P. Lorenzino et al. [65, 66]. Por ello, una posible modificación del modelo es dejarle la posibilidad a la grieta de girar luego de superar una barrera microestructural, es decir, modelar a la grieta con un crecimiento en zigzag. Esto mismo se retomará en secciones posteriores, dejando solamente las bases para la modificar el modelo contemplando el crecimiento en zigzag en trabajos futuros.

Por último, y como se anticipó al comienzo de la sección, se muestra cómo varía la predicción del modelo NR en función del parámetro α para cargas a tracción (figura 7.23) y torsión (figura 7.24).

En ambas figuras se vuelve a evidenciar que, a medida que aumenta la influencia de la tensión en la barrera τ_3 (aumenta α), las predicciones tienen un comportamiento más irregular en la región de agujeros comparables con la microestructura, especialmente para cargas de torsión.

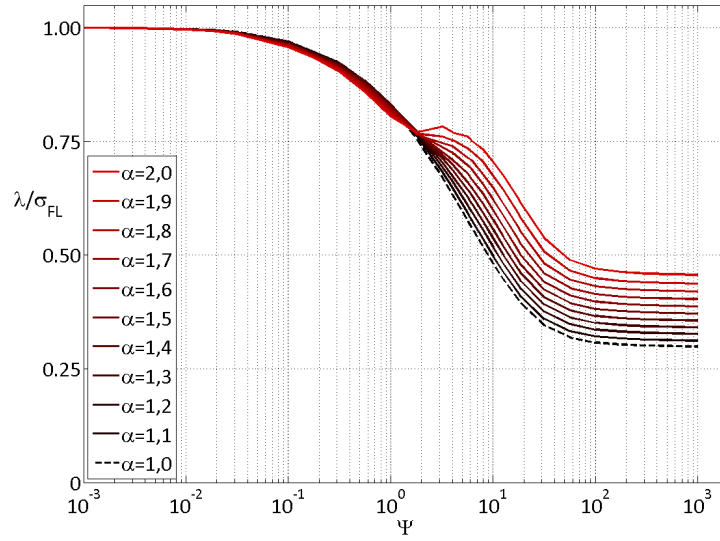


Figura 7.23: Predicciones del modelo NR biaxial para placas de materiales con distintas relaciones α , sometidas a tracción.

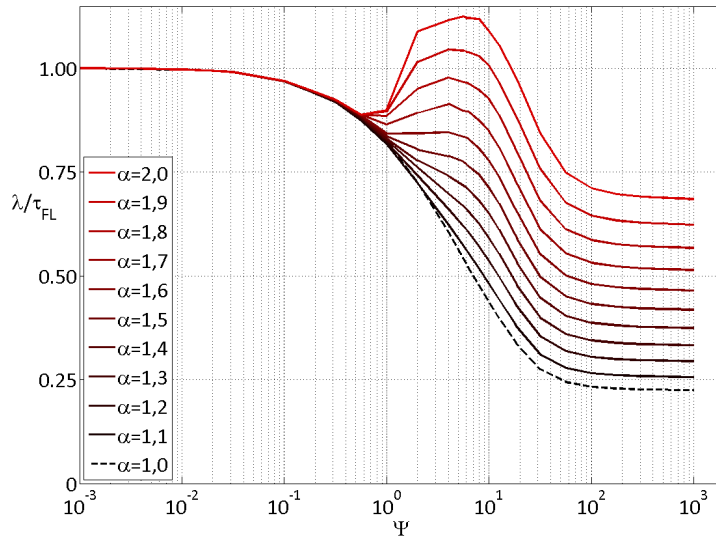


Figura 7.24: Predicciones del modelo NR biaxial para placas de materiales con distintas relaciones α , sometidas a cargas tangenciales.

7.3 Métodos de Distancia Crítica

Los métodos de Distancia Crítica, en inglés “*Critical Distance Methods*”, fueron propuestos por Taylor a finales de la década del 90 del siglo pasado. Son métodos muy sencillos, basados en los propuestos por Neuber [7] y Peterson [8], en los cuales se obtiene el límite de fatiga de una pieza con un concentrador de tensiones, a partir del gradiente provocado por dicho concentrador.

Como resultado de la teoría desarrollada por Taylor, se encuentran los siguientes métodos: “*Método del Punto*”, “*Método de la Línea*”, “*Método del Area*” y “*Método del Volumen*” [9, 48]. Dentro de estos cuatro, los más utilizados en la actualidad son el “*Método del punto*” y el “*Método de la Línea*”, debido a que han demostrado tener mejores resultados en las predicciones.

De acuerdo con el autor, para conocer el límite a fatiga de una pieza cualquiera, sometida a una carga uniaxial, ya sea mediante el “*Método del Punto*” o el “*Método de la Línea*”, es necesario conocer el campo de tensiones elástico, el cual en la práctica, se obtiene mediante el análisis por elementos finitos. Una vez encontrado dicho campo, se ubica el punto de máxima tensión principal, denominado por el autor “*Hot Spot*”. Al mismo tiempo, se define una línea desde el “*Hot Spot*”, en la dirección de máxima tensión principal. Dicha línea se denomina “*Focus Path*”. Por último, se observan las tensiones a lo largo del “*Focus Path*” y se vuelcan a un gráfico, en función de la distancia al “*Hot Spot*”. A esta curva se la denomina “*Stress-Distance curve*”. Llamando σ_T a la tensión y p a la distancia al “*Hot Spot*”, la curva se define como $\sigma_T(p)$.

Obtenida $\sigma_T(p)$, se necesitan dos parámetros propios del material para realizar la predicción, una *Tensión Crítica* y una *Distancia Crítica*. El primero es el límite de fatiga plano del material sin concentradores (σ_{FL}), mientras que el segundo se define como:

$$L = \frac{1}{\pi} \left(\frac{\Delta K_{th}}{\sigma_{FL}} \right)^2 \quad (7.4)$$

donde ΔK_{th} es el valor umbral del factor de intensidad de tensiones. Si se observa atentamente la ecuación 7.4, se deduce que la distancia crítica coincide con la distancia a_0 propuesta por El Haddad's [51].

Ambos métodos comparan una tensión característica con la tensión crítica (σ_{FL}), y es en el cálculo de esta tensión característica donde se diferencian, ya que lo visto hasta aquí es común a ambos.

El método más sencillo de los dos, el del punto, usa un criterio de fallo que puede ser definido de la siguiente manera: el fallo ocurre cuando la tensión sobre la curva $\sigma_T(p)$, a una distancia $L/2$ es igual o mayor al límite de fatiga plano σ_{FL} . En forma matemática:

$$\sigma_T(L/2) = \sigma_{FL} \quad (7.5)$$

Por su parte, el método de la línea utiliza, para el criterio de fallo, una tensión característica que se calcula como el promedio de la tensión en la curva $\sigma(p)$ desde el *Hot Spot* hasta una distancia $2L$. Si esta tensión es igual al límite de fatiga plano del material, ocurrirá el fallo. En forma matemática:

$$\frac{1}{2L} \int_0^{2L} \sigma_T(p) dp = \sigma_{FL} \quad (7.6)$$

Para extender esta lógica al caso multiaxial, dentro del cual se encuentran los casos de cargas a torsión y biaxiales, el autor se apoya en una teoría de plano crítico, desarrollada por Susmel [49, 50]. Dicha teoría asume que la grieta crece inicialmente en el plano de máximo corte y tiene como criterio de fallo la siguiente ecuación:

$$\tau_a + \left(\tau_{FL} - \frac{\sigma_{FL}}{2} \right) \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a} = \tau_{FL} \quad (7.7)$$

Siendo τ_a la amplitud de tensión tangencial y $\sigma_{n,max}$ la tensión normal máxima, ambas sobre el plano de corte máximo.

Así pues, para realizar una predicción sobre el fallo por fatiga de un componente con un concentrador sometido a cargas multiaxiales, los autores proponen nuevamente dos alternativas. Por un lado, utilizar el método del punto en combinación con la teoría de plano crítico de Susmel y por el otro, combinar la teoría de plano crítico de Susmel con el método de la línea [48, 49, 50]. La combinación del método del punto y la teoría de plano crítico es relativamente sencilla. En primer lugar se debe encontrar nuevamente el *Hot Spot*. Desde ese sitio, se traza un arco de circunferencia de radio $L/2$. Por último, sobre todos los puntos de ese arco se calcula el plano crítico y se utiliza el criterio de fallo de Susmel [49]. Finalmente, de todas las predicciones de fallo, se elige aquella que resulta con el mínimo valor. La figura 7.25a muestra un esquema del método descrito.

Por su parte, el método de la línea es algo más complicado de aplicar. En este caso, además de la distancia crítica ($2L$) se necesita un “*Focus Path*”.

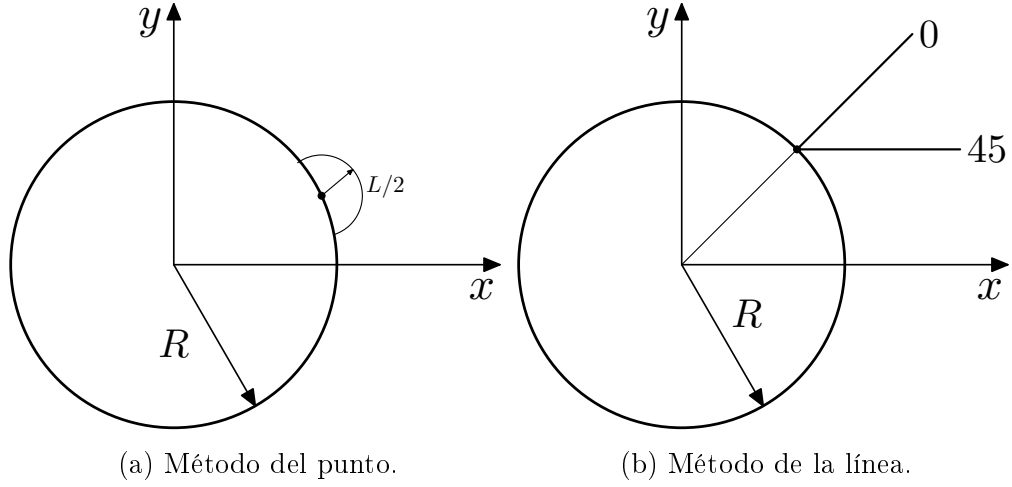


Figura 7.25: Esquema de los métodos del punto y de la línea propuestos por Susmel y Taylor [49].

Para el caso de tracción uniaxial, con el cual se introdujeron los métodos de distancia crítica, se eligió la dirección de máxima tensión principal. Sin embargo, al mezclar este método con la teoría de plano crítico presentada por Susmel, en la cual se utiliza como criterio de fallo las tensiones en el plano cuya tensión tangencial es más alta, la dirección no se encuentra tan clara. Para solucionar esto, Taylor simplemente prueba con varios caminos, optando finalmente por los dos que dan mejores resultados. El primero de dichos caminos corresponde a la dirección de máxima tensión principal (al cual llama 0°) y otro a 45° de la dirección principal (al cual llama 45°) [50]. La figura 7.25b muestra un esquema de lo explicado. Una vez escogidos ambos “*Focus Path*”, se encuentra el promedio de tensiones a lo largo de cada uno desde el *Hot Spot* hasta una distancia $2L$ y se utiliza el criterio de Susmel (ecuación 7.7).

7.3.1 Resultados

Para realizar todas las predicciones se escogió el modelo de Taylor modificado con la teoría de plano crítico propuesta por Susmel, ya que es el más general de todos los mencionados, sirviendo para cualquier tipo de carga. Además, de todas las posibilidades (Método del punto o de la línea), se optó por el método de la línea utilizando el “*Focus Path*” a 45° de la dirección principal. Esto se decidió así dado que el autor reporta mejores resultados con este

focus path que con los demás [50].

Los datos de los materiales necesarios son muy pocos y se encuentran agrupados en la tabla 7.10. Nuevamente, como en el caso del modelo NR, dado que el acero macizo tuvo resultados experimentales distintos al acero hueco, se los predice por separado.

Tabla 7.10: Datos necesarios para realizar las predicciones mediante los métodos propuestos por Taylor.

Variables y constantes	Acero Macizo	Acero Hueco	Aluminio
L [mm]	0,18	0,18	0,072
σ_{FL} [MPa]	315	347	258
τ_{FL} [MPa]	288	262	149

Para obtener la tensión en los distintos puntos que el modelo requiere se utilizó el método de los elementos finitos, de manera análoga a lo visto en el capítulo 4. A su vez, se realizó la predicción para una placa infinita con un agujero circular, utilizando las fórmulas teóricas propuestas por Kirsch [34].

Acero AISI 304L Macizo

La figura 7.26 muestra la predicción, mediante el modelo de Taylor, del límite a fatiga de una probeta maciza de acero AISI 304L sometida a tracción. En el eje de las ordenadas se encuentra la relación entre la predicción (σ_{Ty}) y el límite a fatiga del material sin entalla (σ_{FL}). Por su parte, en el eje de las abscisas se encuentra, en escala logarítmica, el radio de la entalla (R). La curva representa la predicción tomando las tensiones teóricas de una placa infinita, el punto es el resultado experimental encontrado y la cruz representa la predicción realizada para esa probeta obteniendo las tensiones mediante elementos finitos usando un modelo tridimensional.

Por su parte, la figura 7.27 muestra las predicciones hechas para el mismo material sometido a cargas de torsión. En el eje de las ordenadas se encuentra ahora la relación entre el límite de fatiga predicho (τ_{Ty}) y el límite de fatiga del material sin entalla a torsión (τ_{FL}). Nuevamente, la curva representa las predicciones hechas utilizando la tensión teórica sobre una placa infinita, la cruz representa la predicción conseguida con las tensiones obtenidas mediante

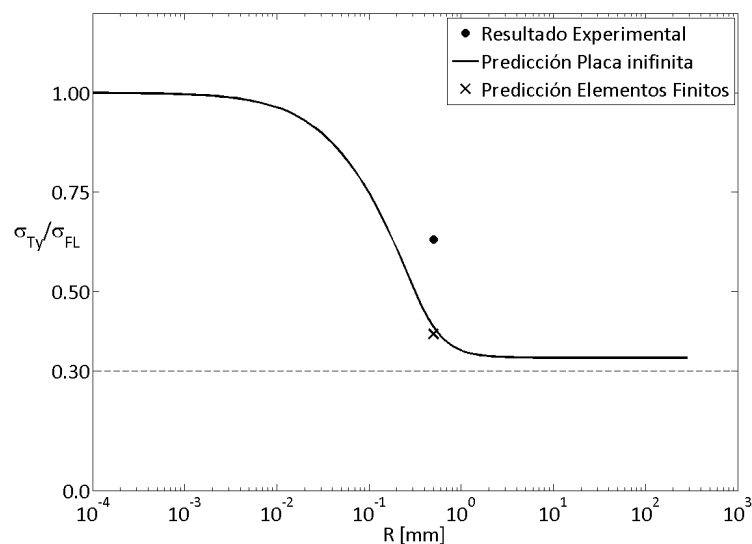


Figura 7.26: Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a tracción junto con el resultado experimental.

el método de los elementos finitos y el punto el resultado experimental. Como resulta lógico, dado que las tensiones encontradas en la probeta son muy parecidas a las teóricas para una placa infinita (lo que se mostró en el capítulo 4), la predicción hecha tomando las tensiones calculadas por elementos finitos es muy parecida a la obtenida tomando las tensiones teóricas de una placa infinita, para ambos tipos de cargas. En cuanto a la predicción de los resultados experimentales, a simple vista parece no ser muy buena. En ese sentido, la tabla 7.11 muestra las predicciones del modelo de Taylor para cargas a tracción y torsión utilizando las tensiones obtenidas mediante el método de los elementos finitos (como recomienda el autor), los resultados experimentales y el error asociado. Este último fue calculado con la ecuación 7.3.

Acero AISI 304L Hueco

Continuando con el análisis, las figuras 7.28, 7.29 y 7.30 muestran las predicciones del modelo de Taylor para probetas huecas de acero AISI 304L

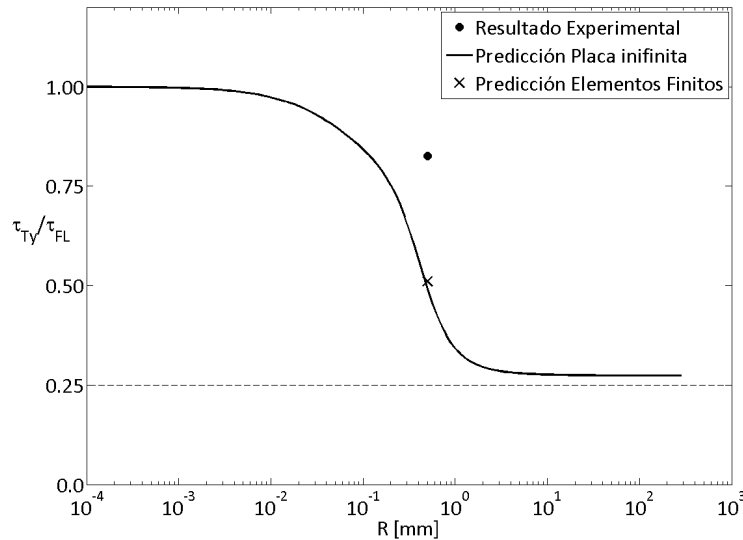


Figura 7.27: Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a torsión junto con el resultado experimental.

Tabla 7.11: Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo de Taylor para probetas macizas de acero con entalla de 1 mm de diámetro.

Tipo de Carga	Resultados Exp. [MPa]	Predicción Taylor [MPa]	Error [%]
Tracción	199	124	-38
Torsión	238	148	-38

sometidas a tracción, torsión y cargas biaxiales ($\sigma^\infty = \tau^\infty$) respectivamente. Al igual que para las figuras con las predicciones de las probetas macizas, la curva representa la predicción tomando las tensiones teóricas sobre una placa infinita, los círculos representan los resultados experimentales y las cruces las predicciones realizadas con las tensiones obtenidas mediante el cálculo por elementos finitos. Cabe destacar que en el caso de la figura 7.30, la cual muestra las predicciones para cargas biaxiales, en el eje de las ordenadas se encuentra directamente la predicción del modelo de Taylor ya que no hay un valor experimental para adimensionalizar, como si lo hay en los otros casos, en los cuales, lógicamente, se utiliza.

En primer lugar es interesante remarcar como, a medida que el tamaño del

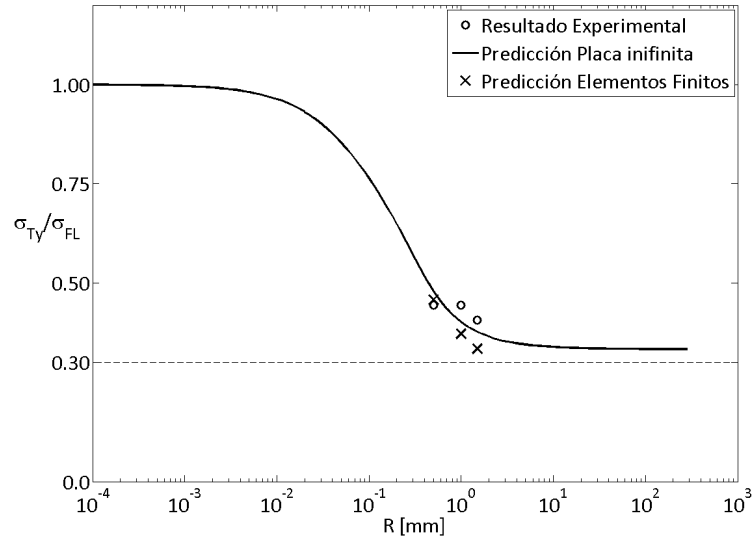


Figura 7.28: Predicciones del modelo de Taylor para probetas huecas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a tracción junto con los resultados experimentales.

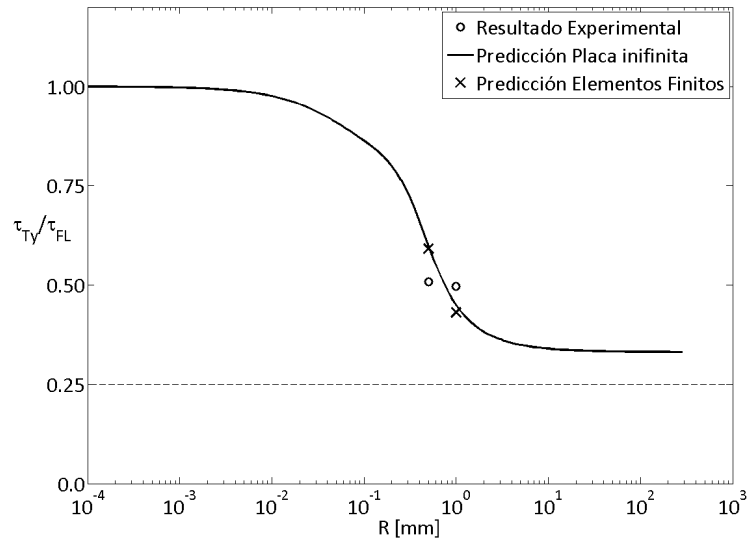


Figura 7.29: Predicciones del modelo de Taylor para probetas huecas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a torsión junto con los resultados experimentales.

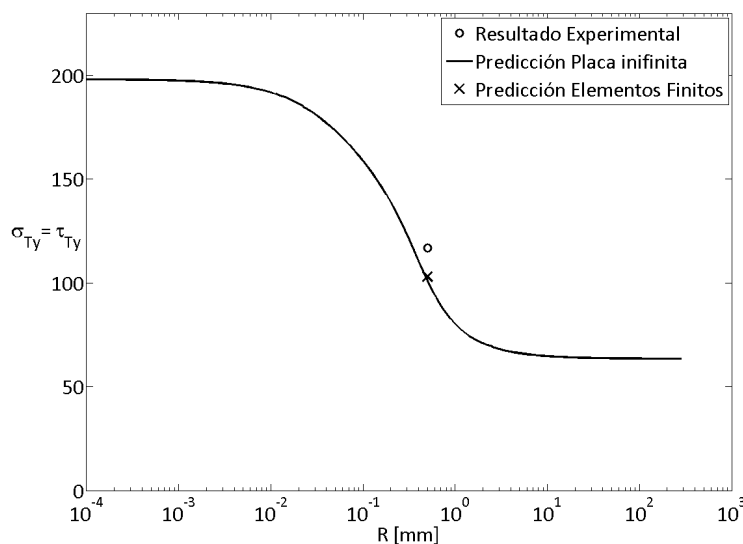


Figura 7.30: Predicciones del modelo de Taylor para probetas huecas de acero AISI 304L, con agujero de radio R , sometidas a cargas biaxiales $\sigma^\infty = \tau^\infty$ junto con el resultado experimental.

agujero aumenta, la predicción realizada con tensiones obtenidas por elementos finitos se aleja de aquella correspondiente a la realizada con las tensiones teóricas para una placa infinita. Esto resulta lógico y es coherente con los resultados mostrados en el capítulo 4. Por el lado de la comparación con los resultados experimentales, la tabla 7.12 resume la información vista en las figuras.

En la tabla 7.12 se ve una clara mejoría en las predicciones respecto del caso macizo, teniendo en todos los casos errores por debajo del 20% en valor absoluto.

Aluminio 7075 T6

Por último, se muestran las predicciones para el aluminio 7075 T6. Cabe destacar que se realizaron para el caso de probetas macizas, al igual que sucedió en la aplicación del modelo NR, dado que no se tienen resultados de probetas huecas sin entalla sometidas a cargas de tracción.

Las figuras 7.31, 7.32 y 7.33 muestran las predicciones del modelo de Taylor para cargas a tracción, torsión y biaxial con $\sigma^\infty = \tau^\infty$, respectivamente.

Al igual que sucedió en los casos anteriores, a medida que el agujero es más

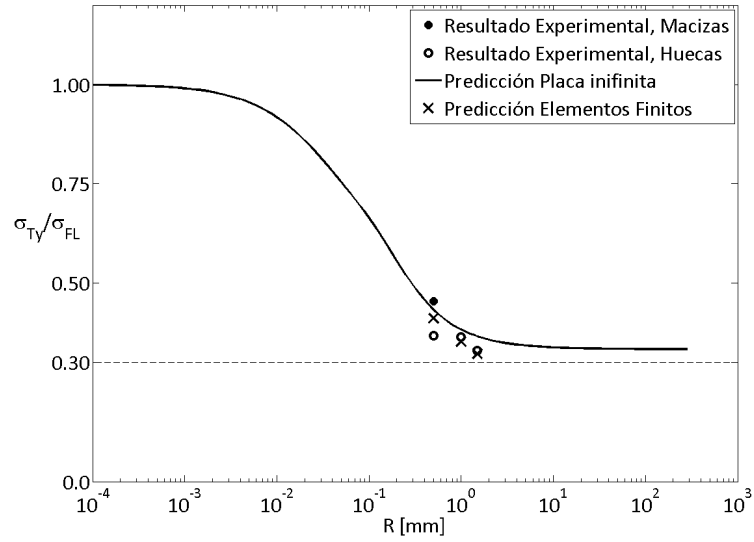


Figura 7.31: Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6, con agujero de radio R , sometidas a tracción junto con los resultados experimentales de probetas macizas y huecas.

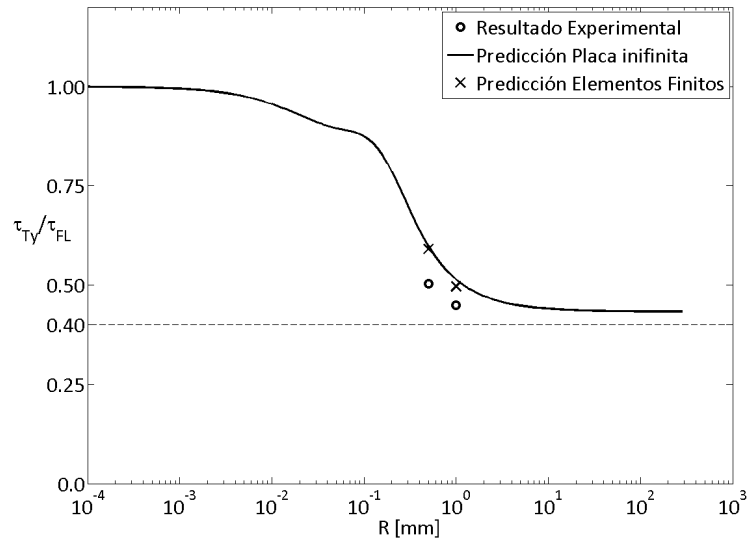


Figura 7.32: Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6, con agujero de radio R , sometidas a torsión junto con los resultados experimentales de probetas huecas.

Tabla 7.12: Comparación entre los resultados experimentales y la predicción del modelo de Taylor para probetas huecas de acero con agujeros de 1, 2 y 3 mm.

Tipo de Carga	$d_n[mm]$	Resultados Exp. [MPa]	Predicción Taylor [MPa]	Error [%]
Tracción	1,07	154 ¹	159	3
	2,07	154	129	-16
	3,02	141	116	-18
Torsión	1,07	133	155	16
	2,07	130	113	-13
Biaxial	1,07	117	103	-12

¹ Límite de fatiga promedio de los dos calculados para este tipo de probeta (tabla 6.12).

grande, la predicción con tensiones calculadas por elementos finitos se aleja de la curva cuyas tensiones son las teóricas de una placa infinita. En cuanto a los resultados experimentales, el único sobre el cual se puede sacar alguna conclusión es el correspondiente a probetas macizas sometidas a tracción, dado que las predicciones son para este caso. El mismo se observa en la tabla 7.13, junto con la predicción realizada con las tensiones calculadas por elementos finitos y el error correspondiente.

Tabla 7.13: Comparación entre el resultado experimental y la predicción del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6 con entalla de 1 mm de diámetro.

Tipo de Carga	Resultados Exp. [MPa]	Predicción Taylor [MPa]	Error [%]
Tracción	117	106	-9

Por último, es importante destacar que en la predicción a torsión (figura 7.32) se observa un cambio en la tendencia para agujeros de aproximadamente 0,1 mm de radio. Dicho cambio de tendencia es similar al observado en la predicción del modelo NR (figura 7.12) pero en una medida mucho menor. Esto lleva a preguntarse si para un material teórico, como es el material C utilizado en la sección anterior, con una relación $\sigma_{FL}/\tau_{FL} = 2$, las predicciones a tracción y torsión son monótonas decreciente.

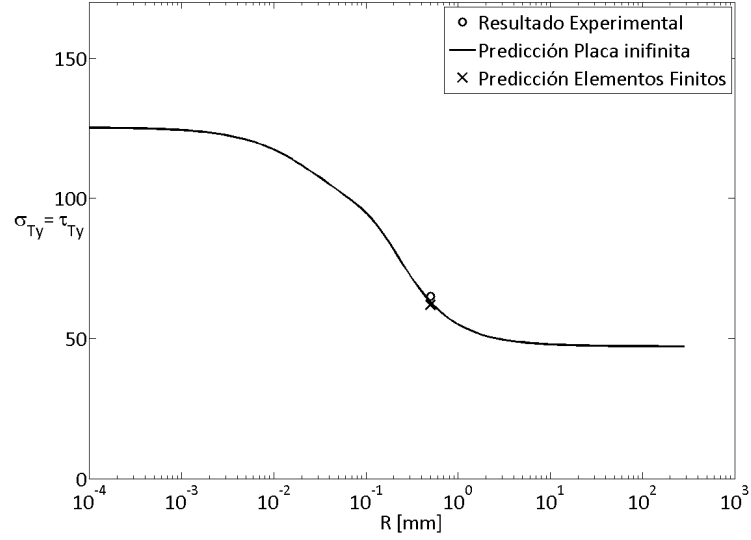


Figura 7.33: Predicciones del modelo de Taylor para probetas macizas de aluminio 7075 T6, con agujero de radio R , sometidas a cargas biaxiales $\sigma^\infty = \tau^\infty$ junto con los resultados experimentales de probetas huecas.

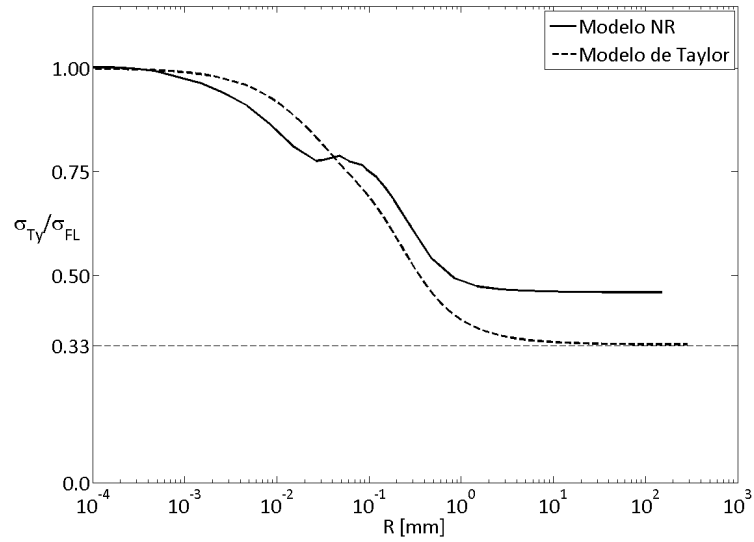


Figura 7.34: Predicciones de los modelos NR y de Taylor para probetas de un material con una relación $\sigma_{FL}/\tau_{FL} = 2$ sometidas a tracción.

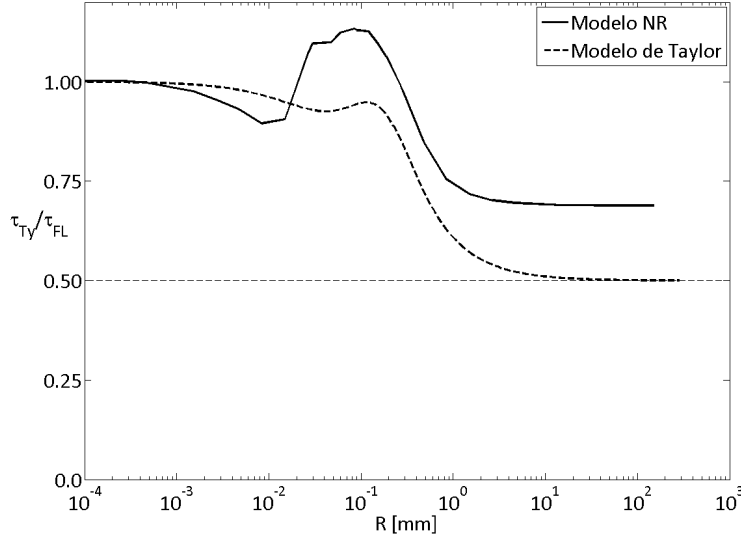


Figura 7.35: Predicciones de los modelos NR y de Taylor para probetas de un material con una relación $\sigma_{FL}/\tau_{FL} = 2$ sometidas a torsión.

Siguiendo esta lógica, las figuras 7.34 y 7.35 muestran las predicciones del modelo NR (vistas en la sección anterior) y las predicciones del modelo de Taylor para un material con una relación $\sigma_{FL}/\tau_{FL} = 2$, sometido a cargas de tracción y torsión.

Para el caso a tracción, se observa que el modelo de Taylor tiene un comportamiento muy regular, lo que no sucede en el caso del modelo NR. Sin embargo, para cargas a torsión, ambos presentan curvas que no son monótonas decreciente, aunque el efecto en el caso del modelo de Taylor es menor. En el caso de las cargas a torsión, para justificar esto, el autor también se apoya en el comportamiento de la tensión “ τ ” en las inmediaciones del agujero [50], como se ha hecho para el modelo NR en la sección anterior.

En el caso a tracción, hay una pequeña variación en las tensiones “ σ ” en las inmediaciones de la entalla, mientras que “ τ ” tiene un comportamiento regular. Esto afecta al modelo NR, dado que las tensiones “ σ ” se utilizan en el vector de coeficientes independientes del sistema de ecuaciones y afectan al resultado final, incluyendo a la tensión en la barrera (τ_3). Esto en el modelo de Taylor, el cual matemáticamente es más sencillo, no es así. Para un material con esta relación $\sigma_{FL}/\tau_{FL} = 2$, la tensión σ no influye en nada. Esto explica de algún modo el por qué se encuentra esa diferencia entre ambos

modelos para el caso a tracción.

Por último, cabe destacar que encontrar este aumento del límite de fatiga a torsión experimentalmente, en el caso de que fuera real, sería imposible. En un caso práctico, si el agujero “reforzara” a la placa (como predice el modelo NR para materiales muy dúctiles), lo que se observaría sería a la grieta iniciada en otro lugar, lejos del agujero, donde el límite de fatiga es, justamente, el límite a torsión y no un valor superior. Por lo tanto, si se realizara experimentalmente una curva completa τ_{FL} vs Ψ de un material con una relación $\alpha \approx 2$, se vería que la influencia del agujero comenzaría para agujeros superiores a los que “refuerzan” la placa.

7.4 Modelo NR biaxial aplicado a placas entalladas con crecimiento de grietas en zigzag

Como se ha ido mencionando a lo largo del presente trabajo, en el modelo NR se considera a la grieta como una recta que va superando distintas barreras. Sin embargo, en muchos trabajos experimentales, el crecimiento que se observa es en zigzag, principalmente en la primera etapa de propagación. Por ello, una posible modificación del modelo NR consiste en permitirle a la grieta, justamente, crecer cambiando de dirección entre barrera y barrera. Dicho planteo es muy sencillo y, prácticamente, no requiere modificar el visto en la sección 3.2. Simplemente se deben girar las componentes de las tensiones externas e internas a cada una de las rectas que forman el camino que recorre la grieta. Es decir, nuevamente habrá un balance de tensiones entre las internas, resultado de la interacción entre las dislocaciones, y las externas sobre la línea de grieta. Además, matemáticamente, es necesario describir el camino de la grieta en función del parámetro “ t ” que relacione los distintos trozos de grieta entre sí. La figura 7.36 muestra un esquema de una grieta creciendo desde un agujero circular en zigzag a lo largo del camino “ t ”, el cual contiene n granos y tiene una longitud total igual al largo de la grieta, c . Los puntos t_j indican los inicios y finales de cada uno de los granos que la

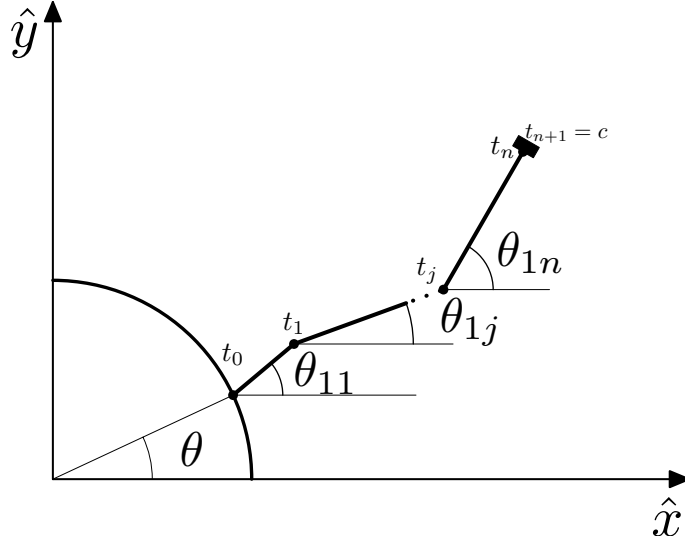


Figura 7.36: Esquema de una grieta creciendo en zigzag desde un agujero.

grieta atraviesa. La posición en el plano (\hat{x}, \hat{y}) de cada uno de ellos es:

$$t_j = \begin{cases} R \cdot (\cos(\theta), \sin(\theta)) & j = 0 \\ t_0 + \frac{D}{2}(\cos(\theta_{11}), \sin(\theta_{11})) & j = 1 \\ t_{j-1} + D(\cos(\theta_{1j}), \sin(\theta_{1j})) & j = 2, \dots, n \\ t_n + r_0(\cos(\theta_{1(n+1)}), \sin(\theta_{1(n+1)})) & j = n + 1 \end{cases}$$

siendo θ_{1j} la dirección del trozo de grieta j .

El punto t_{n+1} representa el final la barrera que la grieta debe atravesar para avanzar al grano $n + 1$, la cual se ubica a una distancia r_0 del último grano.

Al igual que para el modelo original, las posiciones de las dislocaciones \bar{x} , $\bar{\xi}$ representan puntos a lo largo de la grieta. La diferencia radica en que ahora, al no ser una recta sino un camino en zigzag, ambas variables dependen del parámetro t . El balance de tensiones es, entonces, prácticamente igual:

$$\begin{aligned} -\frac{1}{A} [\sigma(\bar{x}) - \sigma_f] &= \int_c f^x(\bar{\xi}) K_{x\sigma}(\bar{x}, \bar{\xi}) dt + \int_c f^y(\bar{\xi}) K_{y\sigma}(\bar{x}, \bar{\xi}) dt \\ -\frac{1}{A} [\tau(\bar{x}) - \sigma_f] &= \int_c f^x(\bar{\xi}) K_{x\tau}(\bar{x}, \bar{\xi}) dt + \int_c f^y(\bar{\xi}) K_{y\tau}(\bar{x}, \bar{\xi}) dt \end{aligned}$$

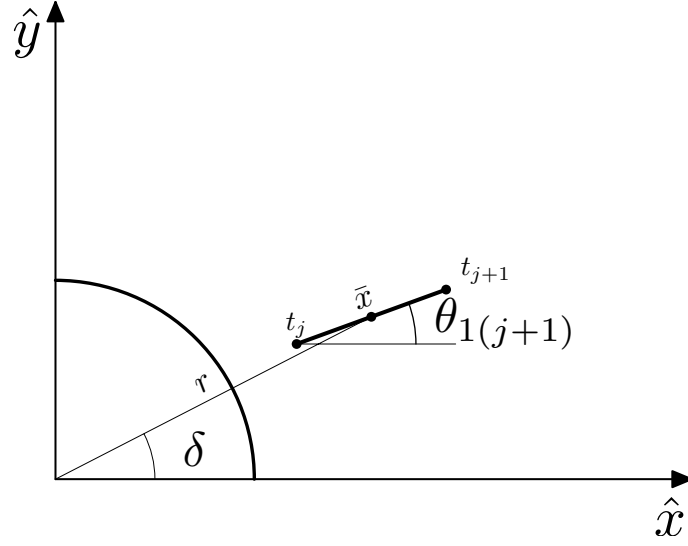


Figura 7.37: Esquema de la posición de un punto \bar{x} , orientado en la dirección de $\theta_{1(j+1)}$, sobre el cual se busca conocer las componentes σ y τ debido a las cargas externas.

Tensiones elásticas

Las tensiones elásticas “ σ ” y “ τ ” que habría sobre la grieta si esta no existiera se obtienen para un punto del plano \bar{x} , con coordenadas cartesianas $(\hat{x}_{\bar{x}}, \hat{y}_{\bar{x}})$, a través de las ecuaciones 3.17, obtenidas por Kirsch [34]. Posteriormente, se rotan a la dirección que la grieta tiene en el intervalo al cual pertenece dicho punto \bar{x} . La figura 7.37 muestra al punto \bar{x} , cuya posición, en este caso y por comodidad, queda determinada por las variables polares (r, δ) . La relación entre variables cartesianas y polares es la bien conocida:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{\hat{x}_{\bar{x}}^2 + \hat{y}_{\bar{x}}^2} \\ \delta &= \arctan(\hat{y}_{\bar{x}}/\hat{x}_{\bar{x}}) \end{aligned}$$

Una vez obtenidas las tensiones en el punto \bar{x} a través de las ecuaciones 3.17, estas se rotan sobre la línea de grieta, resultando:

$$\begin{aligned} \sigma(\bar{x}) &= \sigma_r(\bar{x}) [\sin^2(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x}))] + \sigma_{\theta}(\bar{x}) [\cos^2(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x}))] - \\ &\quad \tau_{r\theta}(\bar{x}) [\sin(2(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x})))] \end{aligned} \quad (7.8)$$

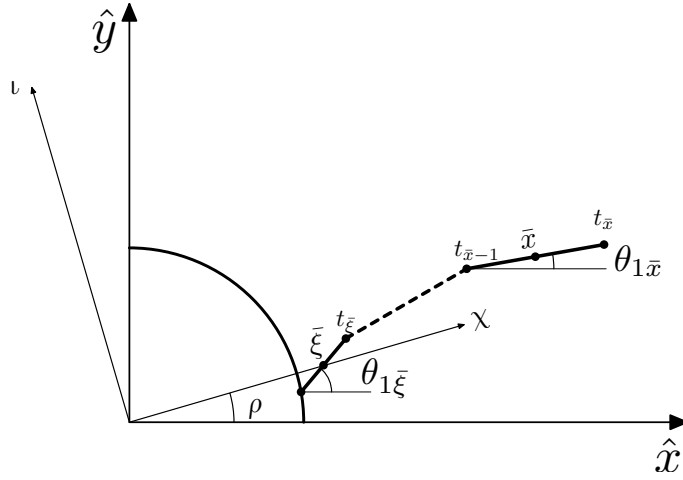


Figura 7.38: Esquema de la interacción entre una dislocación ubicada en el punto $\bar{\xi}$ y otra ubicada en el punto \bar{x} .

$$\begin{aligned} \tau(\bar{x}) = & -\sigma_r(\bar{x}) [\sin(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x})) \cos(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x}))] + \\ & \sigma_\theta(\bar{x}) [\sin(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x})) \cos(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x}))] + \\ & \tau_{r\theta}(\bar{x}) [\cos(2(\theta_{1(j+1)} - \delta(\bar{x})))] \end{aligned} \quad (7.9)$$

Tensiones debido al resto de dislocaciones

Una vez conocido el campo de tensiones en un punto \bar{x} provocado por las tensiones externas $(\sigma^\infty, \tau^\infty)$, es necesario conocer el campo de tensiones que, sobre ese mismo punto, provoca una dislocación con vector de Burgers $(b_{\bar{x}}, b_{\bar{y}})$ ubicada en el punto $\bar{\xi}$, con coordenadas $(\hat{x}_{\bar{\xi}}, \hat{y}_{\bar{\xi}})$. Para ello utilizamos nuevamente las expresiones propuestas por Hills [26], vistas en el apéndice A, teniendo la precaución de cambiar algunas variables con respecto al modelo original. Por este motivo, se hará un breve repaso de lo visto anteriormente, haciendo especial hincapié en las variables que cambian.

La imagen 7.38 muestra un esquema de la posición de las dislocaciones $\bar{\xi}$ y \bar{x} . En primer lugar, como las ecuaciones propuestas por Hills se dan para una dislocación sobre el eje “ χ ”, es necesario realizar una rotación de ejes un ángulo ρ . Por este motivo, las variables relacionadas con la posición de las

dislocaciones utilizadas en las expresiones del apéndice A son ahora:

$$\begin{aligned}\xi_K &= \hat{x}_{\bar{\xi}} \cdot \cos(\rho) + \hat{y}_{\bar{\xi}} \cdot \sin(\rho) \\ x_K &= \hat{x}_{\bar{x}} \cdot \cos(\rho) + \hat{y}_{\bar{x}} \cdot \sin(\rho) \\ y_K &= -\hat{x}_{\bar{x}} \cdot \sin(\rho) + \hat{y}_{\bar{x}} \cdot \cos(\rho)\end{aligned}$$

Continuando con el razonamiento empleado anteriormente, el siguiente paso consiste en rotar el vector de Burgers de la dislocación $\bar{\xi}$ desde la dirección en la que se encuentra ($\theta_{1\bar{\xi}}$) a los ejes (χ, ι) . Esto es girarlo un ángulo $\gamma_1 = \rho - \theta_{1\bar{\xi}}$. Por otro lado, las tensiones calculadas estarán orientadas de acuerdo a los ejes (χ, ι) , por lo tanto, dichas tensiones deben ser rotadas a la dirección del segmento correspondiente al punto \bar{x} . Esto implica hacer un giro de un ángulo $\gamma_2 = \theta_{1\bar{x}} - \rho$. Es importante notar que si la grieta tuviera una única dirección, como es en el caso del modelo original, se cumpliría $\gamma_1 = -\gamma_2$. Realizando ambos giros, los núcleos del problema quedan:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_y(x) = & A \cdot b_x \left[\sin^2(\gamma_2) (\cos(\gamma_1) K_{x(xx)} - \sin(\gamma_1) K_{y(xx)}) + \right. \\ & \cos^2(\gamma_2) (\cos(\gamma_1) K_{x(yy)} - \sin(\gamma_1) K_{y(yy)}) - \\ & \left. \sin(2\gamma_2) (\cos(\gamma_1) K_{x(xy)} - \sin(\gamma_1) K_{y(xy)}) \right] + \\ & A \cdot b_y \left[\sin^2(\gamma_2) (\sin(\gamma_1) K_{x(xx)} + \cos(\gamma_1) K_{y(xx)}) + \right. \\ & \cos^2(\gamma_2) (\sin(\gamma_1) K_{x(yy)} + \cos(\gamma_1) K_{y(yy)}) - \\ & \left. \sin(2\gamma_2) (\sin(\gamma_1) K_{x(xy)} + \cos(\gamma_1) K_{y(xy)}) \right]\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{\tau}(x) = & A \cdot b_x \left[-\sin(\gamma_2) \cos(\gamma_2) (\cos(\gamma_1) K_{x(xx)} - \sin(\gamma_1) K_{y(xx)}) + \right. \\ & \sin(\gamma_2) \cos(\gamma_2) (\cos(\gamma_1) K_{x(yy)} - \sin(\gamma_1) K_{y(yy)}) + \\ & \left. \cos(2\gamma_2) (\cos(\gamma_1) K_{x(xy)} - \sin(\gamma_1) K_{y(xy)}) \right] + \\ & A \cdot b_y \left[-\sin(\gamma_2) \cos(\gamma_2) (\sin(\gamma_1) K_{x(xx)} + \cos(\gamma_1) K_{y(xx)}) + \right. \\ & \sin(\gamma_2) \cos(\gamma_2) (\sin(\gamma_1) K_{x(yy)} + \cos(\gamma_1) K_{y(yy)}) + \\ & \left. \cos(2\gamma_2) (\sin(\gamma_1) K_{x(xy)} + \cos(\gamma_1) K_{y(xy)}) \right]\end{aligned}$$

Expresándolas de manera compacta, se obtiene nuevamente:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_y(x) &= A [b_x K_{x\sigma} + b_y K_{y\sigma}] \\ \bar{\tau}(x) &= A [b_x K_{x\tau} + b_y K_{y\tau}]\end{aligned}$$

Armado de las ecuaciones y resolución

Para armar las ecuaciones integrales se sigue el mismo razonamiento empleado en la sección 3.3.3. Para la resolución se eligió el mismo método que fue utilizado previamente (ecuaciones 3.23), propuesto por Erdogan et al. [25]. El paso lógico siguiente es relacionar la posición de cada dislocación (matemáticamente puntos de colocación e integración) con el parámetro t . Es decir, darle a cada una un punto en el plano.

Dado que el método de resolución se utiliza para integrales en el intervalo $[-1, 1]$, es necesario adimensionalizar los puntos t_j y llevarlos al mismo intervalo. Así pues, la posición relativa de cada punto t_j dentro del intervalo de integración será t_{adj} :

$$t_{adj} = \begin{cases} -1 & j = 0 \\ \frac{2j-1}{2} \frac{D}{c} & j = 1, \dots, n \\ 1 & j = n+1 \end{cases}$$

Siendo c la longitud total de la grieta que atraviesa n granos, $c = \frac{(2n-1)D}{2} + r_0$.

De esta forma, conocida la posición relativa de cada punto de integración y de colocación v_k y u_i , los cuales se calculan en base al número de ecuaciones elegido N (ecuación 3.23), se puede saber a que trozo de grieta pertenecen y adjudicarles la posición en el plano. Entonces, un punto de colocación v_k (o de integración u_i) pertenecerá al intervalo j si se cumple:

$$\begin{aligned} t_{adj-1} &\leq v_k < t_{adj} \\ t_{adj-1} &\leq u_i < t_{adj} \end{aligned}$$

Y su posición en el plano será:

$$\begin{aligned} (\hat{x}_{v_k}, \hat{y}_{v_k}) &= t_{j-1} + \frac{v_k - t_{adj-1}}{t_{adj} - t_{adj-1}} \cdot (t_j - t_{j-1}) \\ (\hat{x}_{u_i}, \hat{y}_{u_i}) &= t_{j-1} + \frac{u_i - t_{adj-1}}{t_{adj} - t_{adj-1}} \cdot (t_j - t_{j-1}) \end{aligned}$$

Capítulo 8

Conclusiones y trabajos futuros

Para finalizar el presente documento se incluyen algunas conclusiones y, por último, los trabajos futuros para continuar con esta línea de investigación. Ambos se dividen, a su vez, en distintas secciones referidas a los distintos temas abordados en todo el documento.

8.1 Conclusiones

Resolución numérica del modelo NR

Se evaluaron distintos métodos de resolución numérica de ecuaciones integrales, con base en técnicas de integración numérica.

- La implementación de un algoritmo muy sencillo, basado en un método de integración numérica de Newton-Cotes, verificó lo propuesto por Ioakimidis et al [17, 18] acerca de la influencia de una singularidad logarítmica en la función incógnita.
- Se eligió e implementó de manera correcta un nuevo método de resolución numérica del modelo de Navarro y De los Ríos, utilizando un único intervalo de integración. El mismo se basa en los trabajo de Erdogan et al [25]. Como principal ventaja respecto del método anterior, propuesto por Chaves [13], se encuentra el hecho de que no se requiere imponer una condición de continuidad de la pendiente del desplazamiento plástico, la cual no está estrictamente relacionada con el modelo NR y en algunos casos provoca un mal condicionamiento del sistema.

- Se analizó el error relativo de cada uno de los métodos propuestos y se estudió de manera numérica la relación entre la posición de la singularidad y los puntos de integración, encontrándose un procedimiento sencillo para optimizar la cantidad de ecuaciones utilizadas.

Diseño de la probeta

Se evaluaron los campos de tensiones elásticas alrededor de agujeros cilíndricos sobre dos tipos de probetas cilíndricas, una maciza y otra hueca, con el objetivo de compararlos con el teórico sobre una placa infinita con un agujero.

- Se comprobó la influencia de la relación entre el diámetro de la entalla d_n y el espesor de una placa t_s en el factor de concentración de tensiones k_t para placas con agujeros pasantes sometidas a tracción. Para grandes diámetros de entalla, el máximo en k_t se encuentra en el centro y el estado tensional se puede considerar como tensión plana generalizada. En el caso contrario, el máximo se encuentra cerca de la superficie, asemejándose más a un estado de deformación plana.
- A la hora de evaluar ambos tipos de probetas surgió una relación de compromiso entre el campo de tensiones generado y la facilidad con la que se mecaniza cada una. Por un lado, la probeta hueca se puede imaginar como una placa enrollada, por lo que a priori debería tener un campo de tensiones similar al de la placa, sin embargo el mecanizado del tubo es sumamente lento y complejo. Por el otro lado, en el caso de la probeta maciza, ambas variables se invierten. El mecanizado es muy sencillo pero es más difícil conseguir un estado de tensiones similar al de una placa.
- Analizando el factor de concentración de tensiones a tracción de una probeta maciza de diámetro d_s , se encontró que el radio de curvatura incrementa el valor de k_t respecto del obtenido para una placa con espesor $t_s = d_s$. Para evitar que este incremento supere el 10%, la relación entre el diámetro de la entalla y el diámetro de la probeta no debe superar el 15% ($d_n/d_E < 15\%$).
- En el caso de probetas huecas, el espesor de la pared tiene una influencia muy baja en k_t para cargas a tracción, aumentándolo considerablemente sólo para espesores muy pequeños y agujeros muy grandes.

Por otro lado, al igual que para probetas macizas, un aumento en el diámetro de la entalla d_n provoca un aumento en k_t , sin embargo, se alcanza un aumento del 10% recién para relaciones $d_n/d_E \approx 25\%$, lo que permite más diámetros de entalla que en el caso macizo.

- Luego de hacer un primer análisis basado en k_t para cargas a tracción, se diseñaron tres tipos de probetas y se analizaron los campos de tensiones con más detalle, evaluando también casos a torsión. En todos los casos se los comparó con las tensiones teóricas de una placa infinita con un agujero circular. Luego de este análisis se concluyó que las probetas macizas podrían tener un diámetro de entalla máximo de 1 mm y las huecas de 3 mm.
- A la hora de mecanizar las probetas huecas hay que tener especial cuidado en dos variables, la posición de la entalla y la concentricidad del tubo respecto de la superficie externa, o lo que es lo mismo, la variación en el espesor de la pared. Luego de analizar ambos casos por elementos finitos, se puede concluir que la entalla no debe desviarse más de un milímetro de su posición ideal y la diferencia entre el centro del tubo y la probeta debe ser menor a $100\ \mu\text{m}$, lo que concuerda con la norma ASTM E2207.

Resultados experimentales

Se realizaron ensayos a fatiga sobre acero AISI 304L y aluminio 7075 T6. Se utilizaron distintos tipos de probetas, todas diseñadas y mecanizadas por el becario, y cargas de tracción, torsión y a tracción y torsión en fase, con una relación de carga $\sigma^\infty = \tau^\infty$. En total se realizaron más de 300 ensayos, lo que supone una cantidad de ciclos cercana a 1×10^9 .

- Las probetas huecas de ambos materiales parecen presentar mayor sensibilidad a la entalla que las probetas macizas. Este efecto es más notorio en el caso del acero a tracción, donde una entalla de 1 mm de diámetro reduce al 44% el límite a fatiga en probetas huecas y sólo al 63% en probetas macizas. Sin embargo, hay que ser muy cautos a la hora de afirmar esta conclusión, dado que los ensayos sobre probetas de acero macizo sin entalla pudieron haber estado afectados por un aumento en la temperatura que deteriorase sus propiedades.

- Se analizó el punto de inicio alrededor de la entalla y la dirección de la grieta en los primeros 500 μm . Esto se realizó viendo la superficie de la probeta en la zona de la entalla con un microscopio óptico. Para todos los tipos de materiales y cargas, tanto el punto de inicio como la dirección a 500 μm fue muy cercana a la zona de máxima tensión principal.
- Se analizó la superficie de fractura de algunas probetas sometidas a tracción con un Perfilómetro sin contacto. Esto se hizo para saber si lo medido desde la superficie de la probeta era realmente representativo de lo que sucede a lo largo de toda la entalla. En el caso del acero AISI 304L se encontró que el error cometido al tomar los datos medidos desde la superficie era muy bajo, mientras que en el aluminio no tanto, por lo que hay que tener más cautela en este último caso.
- Se buscó el punto de inicio de grieta a lo largo de la profundidad de la entalla, en probetas sometidas a tracción, mediante microscopía electrónica. Tanto en el caso del acero AISI 304L como en el del aluminio 7075 T6, las grietas se iniciaron, en general, en el centro de la entalla. Esto es de vital importancia en el caso de las probetas huecas ya que descarta una influencia del acabado de la superficie interna.

Predicciones del modelo NR y del modelo de Distancia Crítica

Se realizaron predicciones con el modelo NR y con los métodos de Distancia Crítica propuestos por Taylor y modificados por Susmel. Para el acero AISI 304L se predijo el límite de fatiga, mientras que para el aluminio 7075 T6, se hizo la predicción de la tensión a la cual una probeta soporta 1×10^6 ciclos.

- Las predicciones del modelo NR para el límite a fatiga (tensión para 1×10^6 ciclos en aluminio) son buenas, estando el error por debajo del 20% en la mayoría de los casos. En cuanto al punto de inicio alrededor de la entalla, la predicción es también muy buena. Tomando los posibles puntos de inicio en donde la tensión calculada difiere en menos del 5% con la mínima, los resultados experimentales siempre quedan dentro. Por último, en el caso de las direcciones de grieta, las predicciones no son buenas, estando en todos los casos lejos de lo observado experimentalmente.

- Las predicciones del modelo de distancia crítica modificado con el criterio de plano crítico de Susmel son, en general, también muy buenas. Sin embargo, en el caso de probetas de acero macizas, estas tienen errores cercanos al 40%.
- Ambos modelos predicen, para el aluminio 7075 T6, un comportamiento muy particular de la tensión para la cual una probeta fallaría en 1×10^6 ciclos a torsión, en función del radio del agujero. En el caso del modelo de distancia crítica es un cambio de tendencia en la curva, en el caso del modelo NR implica que la curva no sea siempre monótonamente decreciente. Dicho comportamiento, en ambos casos, se justifica con los cambios en la tensión tangencial alrededor de la entalla.

8.2 Trabajos futuros

Los trabajos futuros que se desprenden del presente documento se pueden agrupar en dos categorías, trabajos experimentales y teóricos.

Por el lado de los trabajos experimentales se encuentran:

- Analizar el efecto de la temperatura en el acero AISI 304L, principalmente en los ensayos sobre probetas macizas sin entalla.
- Realizar más ensayos experimentales para confirmar o descartar la diferencia encontrada entre probetas huecas y macizas.
- Buscar grietas no propagantes en probetas macizas, para confirmar o descartar que la diferencia entre ambas se encuentra en la propagación.
- Realizar ensayos sobre probetas con agujeros bajo distintas relaciones de cargas ($\sigma^\infty = 2\tau^\infty$ y $2\sigma^\infty = \tau^\infty$), con el fin de tener una visión más amplia del comportamiento a fatiga bajo cargas biaxiales.
- Realizar ensayos a tracción y torsión sobre probetas de materiales con distinta relación α , con agujeros de gran tamaño, para conocer si el porcentaje de la reducción del límite de fatiga se estabiliza en un valor dependiente de dicha relación.

En cuanto al campo teórico, se pueden enumerar los siguientes trabajos:

- Desarrollar e implementar el modelo NR con crecimiento de grieta en zigzag, el cual se encuentra en una fase muy prematura.

- Analizar, en la condición de activación de deslizamiento plástico en el grano vecino del modelo NR, la inclusión o no de la tensión normal en la dirección de la grieta. Esto surge ya que actualmente el modelo contempla las tensiones tangenciales y normales a la línea grieta, es decir, del tensor de tensiones en dos dimensiones se tienen en cuenta solo dos de las tres componentes. Por lo tanto, se propone analizar como afecta esa tercera componente que actualmente no se tiene en cuenta.
- Analizar como afecta y como se puede incluir en el modelo NR el efecto de la plasticidad en las inmediaciones de las entallas, ya que actualmente el modelo solo contempla tensiones elásticas en todo momento.
- Analizar la implementación del modelo NR biaxial en otro tipo de entallas, como por ejemplo entallas en V, U o elipses.

Bibliografía

- [1] Milella P.P., *Fatigue and Corrosion in Metals*, editado por Springer, (2013).
- [2] Bannantine J.A., Comer J.J., Handrock J.L., *Fundamentals of Metal Fatigue Analysis*, editado por Prentice Hall, (1990).
- [3] Wöhler A., Test to determine the forces acting on railway carriage axles and the capacity of resistance of the axles, *Engineering* 11, (1871), pp. 199.
- [4] Papadopoulos I. V., Davoli P., Gorla C., Filippini M., Bernasconi A. A comparative study of multiaxial high-cycle fatigue criteria for metals, *Int. J. Fat.* Vol 19, (1997), pp. 219-235.
- [5] Dang Van K., Griveau B., Message O., *On a New Multiaxial Fatigue Limit Criterion: Theory and Application, Biaxial and Multiaxial Fatigue*, EGF 3, Editado por Brown M. W. and Miller K. J., *Mech. Eng. Publ.*, (1989), pp. 479-496.
- [6] Papadopoulos I. V., A High-Cycle Fatigue Criterion Applied in Biaxial and Triaxial Out-of-Phase Stress Conditions, *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct.* 18, (1995), pp. 79-91.
- [7] Neuber H., (1937), *Kerbspannungslehre*, Springer-Verlag; Traducción: *Theory of notch Stresses*, Edwards J. W., Ann Arbor, (1946).
- [8] Peterson R. E., Notch sensitivity, Chapter 13 en *Metal fatigue*, McGraw-Hill, New York, (1959).
- [9] Taylor D., Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical approach, *Int. J. Fat.*, Vol. 21, (1999), pp. 413-420.

-
- [10] Navarro A. Tesis Doctoral: Crecimiento de microgrietas por fatiga: Una aproximación microestructural. Universidad de Sevilla, 1986.
 - [11] Navarro A., De los Ríos E.R., Fatigue crack growth modelling by successive blocking of dislocations, Proc. R. Soc. Lond., Vol. 437, (1992), pp. 375-390.
 - [12] Bilby B.A., Cottrell A.H., Swinden K.H., The spread of plastic yield from a notch. Proc. R. Soc. A., Vol. 272, (1963), pp. 304-314.
 - [13] Chaves V. Tesis Doctoral: Modelo microestructural para la predicción de fallo por fatiga en entallas. Universidad de Sevilla, 2006.
 - [14] Chaves V., Navarro A., Application of a microstructural model for predicting notch fatigue limits under Mode I loading. Int. J. Fat., Vol 31, (2009), pp. 943-951.
 - [15] Chaves V., Navarro A., Fatigue limits for notches of arbitrary profile. Int. J Fat., Vol. 48, (2013), pp. 68-79.
 - [16] Muskhelishvili N.I., *Singular integral equations*. P. Noordhoff, Groningen, The Netherlands (1953).
 - [17] Ioakimidis N.I., The numerical solution of crack problems in plane elasticity in the case of loading discontinuities. Eng. Frac. Mech., Vol. 13, (1980), pp. 709-716.
 - [18] Ioakimidis N.I., On the validity of the singular integral equations of elasticity problems at points of loading discontinuities. Acta Mech. 50, (1983), pp. 127-134.
 - [19] De los Ríos E.R., Navarro A., Consideration of grain orientation and work hardening on short-fatigue-crack modelling. Phil. Mag. A., Vol 61, (1990), pp. 435-449.
 - [20] Vallellano C., Navarro A., Dominguez J. Fatigue crack growth threshold conditions at notches. Part I: theory. Fat. Fract. Eng. Mater. Struct., Vol. 23, (2000), pp. 113-121.

-
- [21] Chaves V., Navarro A., Beretta G., Madrigal C., Microstructural model for predicting high cycle fatigue strength in the presence of holes under proportional biaxial loading. *Theo. and App. Frac. Mech.*, Vol. 73, (2014), pp. 27-38.
- [22] Navarro A., Vallellano C., Chaves V., Madrigal C., A microstructural model for biaxial fatigue conditions. *Int. J. Fat.*, Vol. 33, (2011), pp. 1048-1054.
- [23] Chaves V., Navarro A., Madrigal C., Vallellano C., Calculating crack initiation directions for in-phase biaxial fatigue loading. *Int. J. Fat.*, Vol. 58, (2014), pp. 166-171 .
- [24] Chaves V., Navarro A., Fatigue limits for notches of arbitrary profile. *Int. J. Fat.*, Vol. 48, (2013), pp. 68-79.
- [25] Erdogan, F., Gupta, G. D. and Cook, T. S., *Mechanics of fracture. Methods of analysis and solutions of crack problems*, Capítulo 7 en: *Numerical solution of singular integral equations*, editado por G. C. Sih, Noordhoff International Publishing, Leyden, 1973.
- [26] Hills D. A., Kelly P. A., Dai D. N. and Korsunsky A. M., *Solution of cracks problems, the distributed dislocation technique*, editado por Kluwer academic publishers, 1996.
- [27] Feng L., Yuting H., Chaohua F., Hongpeng L., Hengxi Z., Investigation on three-dimensional stress concentration of LY12-CZ plate with two equal circular holes under tension. *Mater. Sci. Eng. A*, Vol 483/4, (2008). pp. 474-476
- [28] Abd Elhady A.A., Stress and strain concentration factors for plate with small notch subjected to biaxial loading - Three dimensional finite element analysis. *Ain Shams Engineering J.*, Vol. 1, (2010), pp. 139-145.
- [29] Zheng Y., Chang-Boo K., Chongdu C., Hyeon Gyu B., The concentration of stress and strain in finite thickness elastic plate containing a circular hole. *Int. J. Sol. Str.*, Vol. 45, (2008), pp. 713-731.
- [30] Cho-Chung L., Ching-Yu H., Wei C., Curvature effect on stress concentrations around circular hole in opened shallow cylindrical shell under external pressure. *Int. J. Press. Vessel. Pip.* Vol. 75, (1998), pp. 749-763.

- [31] Hwai-Chung W., Bin M., On stress concentrations for isotropic/orthotropic plates and cylinders with a circular hole. *Comp. Part. B*, Vol. 34, (2003), pp. 127-134.
- [32] Folias E.S., Wang J.J., On the three-dimensional stress field around a circular hole in a plate of arbitrary thickness. *Comp. Mech.*, Vol. 6, (1990), pp. 379-391.
- [33] Navarro A., Vallellano C., De los Rios E.R., Xin X.J., Notch sensitivity and size effects by a short crack propagation model. En: *Engineering against fatigue*, Proc. of an international conference. Rotterdam, Sheffield (UK): A.A. Balkema Publishers, 1997.
- [34] Timoshenko S., Goodier J.N., *Theory of elasticity*, Editado por McGraw-Hill, 1934.
- [35] Gates N., Fatemi A., Notched fatigue behavior and stress analysis under multiaxial states of stress. *Int. J. Fat.*, Vol. 67, (2014), pp. 2-14.
- [36] Bettinelli S., Sviluppo di metodologie innovative per l'analisi della resistenza a fatica dei materiali e dei componenti meccanici. Tesi di Laurea, Università degli studi di Padova. Supervisor: Prof. Roberto Tovo. 2006.
- [37] Chaves V., Madrigal C., Navarro A., Ensayos de fatiga biaxial y análisis de la dirección de grieta del acero AISI 304-L. XXXI Encuentro del Grupo Español de Fractura. Abril 2014.
- [38] Xu Chen, Dan Jin, Kwang Soo Kim. Fatigue life prediction of type 304 stainless steel under sequential biaxial loading. *Int. J. Fat.*, Vol. 28, (2006), pp. 289-299.
- [39] ASTM E 08M - 04. Standard Test Methods for Tension Testing of Metallic Materials.
- [40] ASTM E 112 - 96. Standard test methods for determining average grain size.
- [41] ASTM E 466 - 07. Standard Practice for Conducting Force Controlled Constant Amplitude Axial Fatigue Test of Metallic Materials.
- [42] ASTM E 739 - 91. Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (ϵ -N) Fatigue Data.

- [43] ASTM E 2207 - 02. Standar Practice for Strain-Controlled Axial-Torsional Fatigue Testing with Thin-Walled Tubular Specimens.
- [44] ASTM E 1681 – 03. Standard Test Method for Determining Threshold Stress Intensity Factor for Environment-Assisted Cracking of Metallic Materials.
- [45] Lorenzino P. Tesis Doctoral: Fatiga en componentes con concentradores de tensión bajo carga en modo I. Universidad de Sevilla; 2012.
- [46] Lorenzino P., Beretta G., Navarro A., Uso de correlación digital de imágenes (DIC) en máquinas de resonancia para medir el crecimiento de grieta en ensayos de fatiga. XXXI Encuentro del Grupo Español de Fractura. Abril 2014.
- [47] <http://www.rumul.ch> Comparision of costs between Resonant Testing Machine and Servohydraulic testing machine. 2013.
- [48] Taylor D., Cap. 11: Multiaxial Loading. En: *The Theory of Critical Distances*, editado por Elsevier, 2007.
- [49] Susmel L., Taylor D., Two methods for predicting the multiaxial fatigue limits of sharp notches. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.*, Vol. 26, (2003), pp. 821-833.
- [50] Taylor, D. Notch size effects in multiaxial fatigue. *Giornata di Studio su: Progettazione a fatica in presenza di multiassialità tensionali*. 6-7 junio 2005. Ferrara, Italia.
- [51] El Haddad M.H., Topper T. H., Smith K.N., Prediction of non propagating cracks. *Eng. Fract. Mech.*, Vol. 11, (1979), pp. 573-584.
- [52] Chaves V., Navarro A., Madrigal C. Stage I crack directions under in-phase axial-torsion fatigue loading for AISI 304L stainless steel. *Int J. Fatigue.*, Vol. 80, (2015), pp. 10-21.
- [53] Smith R. A., Miller K. J., Prediction of Fatigue Regimes in Notched Components. *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 20, (1978), pp. 201-206.
- [54] Frost, N.E., Non-propagating cracks in Vee-notched specimens subjected to fatigue loading. *Aeronaut. Q.*, Vol. 8, (1955), pp. 1-20.

- [55] Frost N. E., Dugdale D.S., Fatigue test on notched mild steel plates with measurement of fatigue cracks. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, Vol. 5, (1957), pp. 182-192.
- [56] J.T. Ransom en: *Symposium on Statistical Aspects of Fatigue*. Special Technical Publication No 121. ASTM. Atlantic City, N.J., USA, (1951), pp 59-62.
- [57] Peach, M. and Koehler, J. S., The forces exerted on dislocations and the stress fields produced by them, *Physical Review.*, Vol. 8,(1950), pp. 436.
- [58] ASM Handbook. *Volume 1: Properties and Selection: Irons Steels and High Performance Alloys*. ASM International. 1990.
- [59] ASM Handbook. *Volume 2: Properties and Selection: Nonferrous alloys and Special-Purpose Materials*. ASM International. 1990.
- [60] V. Crupi, G. Epasto, E. Guglielmino, G. Risitano, Analysis of temperature and fracture surface of AISI4140 steel in very high cycle fatigue regime. *Theo. App. Fract. Mech.*, Vol. 80, (2015), pp. 22–30.
- [61] N. Ranc, D. Wagner, P.C. Paris, Study of thermal effects associated with crack propagation during very high cycle fatigue tests. *Acta Materialia*, Vol. 56, (2008), pp. 4012–4021.
- [62] H. Tian, P.K. Liaw, D.E. Fielden, L. Jiang, B. Yang, C.R. Brooks, M.D. Brotherton, H. Wang, J.P. Strizak, and L.K. Mansur, Effects of frequency on fatigue behavior of type 316 low-carbon, nitrogen-added stainless steel in air and mercury for the spallation neutron source. *Metallurgical and Materials Transactions A*, Vol. 37A, (2006), pp 163.
- [63] C. Bathias, There is no infinite fatigue life in metallic materials, *Fatigue Fract Engng Mater Struct*, Vol. 22, (1999), pp. 559–565.
- [64] H. Mayer, Fatigue crack growth and threshold measurements at very high frequencies, *International Materials Reviews*, Vol. 44 No.1, (1999), pp 1-34.
- [65] Lorenzino P., Navarro A. , Growth of very long "short cracks" initiated at holes. *Int. J. Fat.*, Vol. 71, (2015), pp. 64-74.

-
- [66] P. Lorenzino, U. Krupp, A. Navarro, Naked eye observations of microstructurally short fatigue cracks. *Int. J. Fat.*, Vol. 56, (2013), pp. 8-16.

Apéndice

Apéndice A

Expresión de los núcleos para la solución biaxial

La tensión generada por una dislocación en presencia de una entalla circular puede ser obtenida de la literatura [26]. Éstas están basadas en funciones tipo *Núcleo*, $K_{i(ij)}$, y se expresan en coordenadas radiales, respecto del centro de la entalla, con el eje x pasando por la dislocación, como se observa en la figura A.1. A continuación, se muestra el desarrollo de la expresión de la tensión producida por una dislocación, tomado de [21].

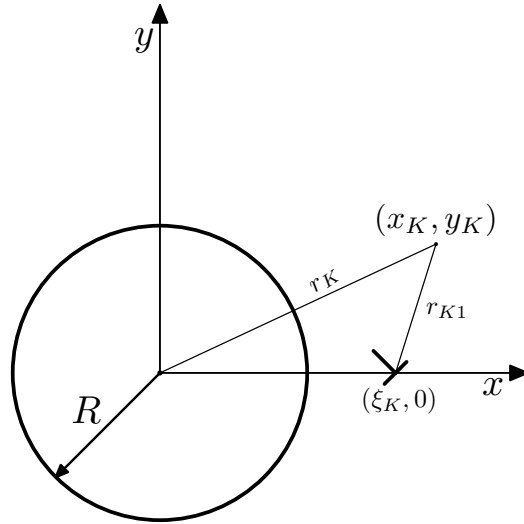


Figura A.1: Esquema de las variables utilizadas en la expresión de los *Núcleos*.

La tensión producida por una dislocación localizada en $(\xi_K, 0)$, con un vector

de Burgers (b_x, b_y) , sobre un punto genérico (x_K, y_K) en presencia de una entalla circular de radio R se puede expresar de la siguiente manera:

$$\bar{\sigma}_x^r = A [b_x K_{x(xx)} + b_y K_{y(xx)}]$$

$$\bar{\sigma}_y^r = A [b_x K_{x(yy)} + b_y K_{y(yy)}]$$

$$\bar{\tau} = A [b_x K_{x(xy)} + b_y K_{y(xy)}]$$

Cada uno de los *Núcleos* tiene la siguiente expresión [26, 21]:

$$K_{x(xx)} = -\frac{y_K}{r_{K1}^4} [3x_1^2 + y_K^2] + \frac{y_K}{r_{K2}^2} \left[\frac{2x_2^2}{r_{K2}^2} + 1 \right] - \frac{y_K}{r_K^2} \left[\frac{2x_K^2}{r_K^2} + 1 \right] - \frac{2y_K L}{r_{K2}^4 d_K^2} \left[\frac{4x_2^2}{r_{K2}^2} \left(\frac{L}{2} - x_2 \right) + \left(x_2 - \frac{L}{2} \right) \right] + \frac{R^2 y_K}{r_K^4} \left(\frac{4x_K^2}{r_K^2} - 1 \right)$$

$$K_{x(yy)} = \frac{y_K}{r_{K1}^4} (x_1^2 - y_K^2) - \frac{y_K}{r_{K2}^2} \left(\frac{2x_2^2}{r_{K2}^2} - 1 \right) + \frac{y_K}{r_K^2} \left(\frac{2x_K^2}{r_K^2} - 1 \right) + \frac{2y_K L}{r_{K2}^4 d_K^2} \left[\frac{4x_2^2}{r_{K2}^2} \left(\frac{L}{2} - x_2 \right) + \left(3x_2 - \frac{L}{2} \right) \right] - \frac{R^2 y_K}{r_K^4} \left(\frac{4x_K^2}{r_K^2} - 1 \right)$$

$$K_{x(xy)} = \frac{x_1}{r_{K1}^4} (x_1^2 - y_K^2) - \frac{x_2}{r_{K2}^2} \left(\frac{2x_2^2}{r_{K2}^2} - 1 \right) + \frac{x_K}{r_K^2} \left(\frac{2x_K^2}{r_K^2} - 1 \right) + \frac{2x_2 L}{r_{K2}^4 d_K^2} \left[\frac{4x_2^2}{r_{K2}^2} \left(\frac{L}{2} - x_2 \right) + \left(4x_2 - \frac{3L}{2} \right) \right] - \frac{R^2 x_K}{r_K^4} \left(\frac{4x_K^2}{r_K^2} - 3 \right) - \frac{L}{r_{K2}^2 d_K^2}$$

$$K_{y(xx)} = \frac{x_1}{r_{K1}^4} (x_1^2 - y_K^2) - \frac{x_2}{r_{K2}^2} \left(\frac{2x_2^2}{r_{K2}^2} - 1 \right) + \frac{x_K}{r_K^2} \left(\frac{2x_K^2}{r_K^2} - 1 \right) - \frac{2x_2 L}{r_{K2}^4 d_K^2} \left[\frac{4x_2^2}{r_{K2}^2} \left(\frac{L}{2} - x_2 \right) + (3 - d_K^2) x_2 - \frac{3L}{2} \right] + \frac{R(2d_K^2 - 2)}{2r_K^2 d_K}$$

$$K_{y(xy)} = \frac{y_K}{r_{K1}^4} (x_1^2 - y_K^2) - \frac{y_K}{r_{K2}^2} \left(\frac{2x_2^2}{r_{K2}^2} - 1 \right) + \frac{y_K}{r_K^2} \left(\frac{2x_K^2}{r_K^2} - 1 \right) - \frac{2y_K L}{r_{K2}^4 d_K^2} \left[\frac{4x_2^2}{r_{K2}^2} \left(\frac{L}{2} - x_2 \right) + (2 - d_K^2) x_2 - \frac{L}{2} \right] - \frac{R y_K}{r_K^4} \left[R \left(\frac{4x_K^2}{r_K^2} - 1 \right) + \frac{x_K}{d_K} (2d_K^2 - 2) \right]$$

$$\begin{aligned}
K_{y(yy)} = & \frac{x_1}{r_{K1}^4} (x_1^2 + 3y^2) + \frac{x_2}{r_{K2}^2} \left(\frac{2x_2^2}{r_{K2}^2} - 3 \right) - \frac{x_K}{r_K^2} \left(\frac{2x_K^2}{r_K^2} - 3 \right) + \\
& \frac{2x_2L}{r_{K2}^4 d_K^2} \left[\frac{4x_2^2}{r_{K2}^2} \left(\frac{L}{2} - x_2 \right) + (5 - d_K^2) x_2 - \frac{3L}{2} \right] - \frac{R(2d_K^2 - 2)}{2r_K^2 d_K} + \\
& \frac{Rx_K}{r_K^4} \left[R \left(\frac{4x_K^2}{r_K^2} - 3 \right) + \frac{x_K}{d_K} (2d_K^2 - 2) \right] - \frac{L}{r_{K2}^2} \left(\frac{2}{d_K^2} - 1 \right)
\end{aligned}$$

La relación entre las variables de las funciones *Núcleos* y las variables necesarias para resolver el modelo NR son:

$$\begin{aligned}
\xi_K &= r(\xi) \\
x_K &= r(x) \cos(\theta_0(x) - \theta_0(\xi)) \\
y_K &= r(x) \sin(\theta_0(x) - \theta_0(\xi))
\end{aligned}$$

Las otras variables utilizadas para la definición de las funciones *Núcleos* se relacionan con estas últimas de la siguiente manera.

$$\begin{aligned}
d_K &= \frac{\xi_K}{R} & L &= \frac{R(d_K^2 - 1)}{d_K} \\
x_1 &= x_k - \xi_K & x_2 &= x_1 + L \\
r_{K1}^2 &= x_1^2 + y_K^2 & r_{K2}^2 &= x_2^2 + y_K^2 \\
r_K^2 &= x_K^2 + y_K^2
\end{aligned}$$

Dado que el problema tratado consiste en dos grietas creciendo de manera simétrica desde la entalla, cada uno de los *Núcleos* resulta:

$$K_{i(jk)}^S(x_K, y_K, \xi_K) = K_{i(jk)}(x_K, y_K, \xi_K) - K_{i(jk)}(x_K, y_K, -\xi_K)$$

Por último, para obtener tanto los vectores de Burger's como las tensiones a lo largo de la línea de grieta es necesario hacer una rotación un ángulo $\gamma = \theta_1 - \theta_0(\xi)$.

Los vectores de Burger's se obtienen mediante la siguiente ecuación:

$$\begin{pmatrix} b_x^r \\ b_y^r \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma \\ \sin \gamma & \cos \gamma \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_x \\ b_y \end{pmatrix}$$

Por su parte, las tensiones a lo largo de la línea de grieta $(\bar{\sigma}_y, \bar{\tau})$ se encuentran gracias a las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_y &= \bar{\sigma}_x^r \sin^2(\gamma) + \bar{\sigma}_y^r \cos^2(\gamma) - \bar{\tau}^r \sin(2\gamma) \\ \bar{\tau} &= -\bar{\sigma}_x^r \sin(\gamma) \cos(\gamma) + \bar{\sigma}_y^r \sin(\gamma) \cos(\gamma) + \bar{\tau}^r \cos(2\gamma)\end{aligned}$$

Reemplazando $\bar{\sigma}_x^r$, $\bar{\sigma}_y^r$ y $\bar{\tau}^r$ por sus expresiones originales y extrayendo b_x y b_y , se obtiene:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_y(x) &= A \cdot b_x [\sin^2(\gamma) (\cos(\gamma)K_{x(xx)} + \sin(\gamma)K_{y(xx)}) + \\ &\quad \cos^2(\gamma) (\cos(\gamma)K_{x(yy)} + \sin(\gamma)K_{y(yy)}) - \\ &\quad \sin(2\gamma) (\cos(\gamma)K_{x(xy)} + \sin(\gamma)K_{y(xy)})] + \\ &\quad A \cdot b_y [\sin^2(\gamma) (-\sin(\gamma)K_{x(xx)} + \cos(\gamma)K_{y(xx)}) + \\ &\quad \cos^2(\gamma) (-\sin(\gamma)K_{x(yy)} + \cos(\gamma)K_{y(yy)}) - \\ &\quad \sin(2\gamma) (-\sin(\gamma)K_{x(xy)} + \cos(\gamma)K_{y(xy)})] \\ \bar{\tau}(x) &= A \cdot b_x [-\sin(\gamma) \cos(\gamma) (\cos(\gamma)K_{x(xx)} + \sin(\gamma)K_{y(xx)}) + \\ &\quad \sin(\gamma) \cos(\gamma) (\cos(\gamma)K_{x(yy)} + \sin(\gamma)K_{y(yy)}) + \\ &\quad \cos(2\gamma) (\cos(\gamma)K_{x(xy)} + \sin(\gamma)K_{y(xy)})] + \\ &\quad A \cdot b_y [-\sin(\gamma) \cos(\gamma) (-\sin(\gamma)K_{x(xx)} + \cos(\gamma)K_{y(xx)}) + \\ &\quad \sin(\gamma) \cos(\gamma) (-\sin(\gamma)K_{x(yy)} + \cos(\gamma)K_{y(yy)}) + \\ &\quad \cos(2\gamma) (-\sin(\gamma)K_{x(xy)} + \cos(\gamma)K_{y(xy)})]\end{aligned}$$

Expresándolas de manera compacta, se obtiene:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}_y(x) &= A [b_x K_{x\sigma} + b_y K_{y\sigma}] \\ \bar{\tau}(x) &= A [b_x K_{x\tau} + b_y K_{y\tau}]\end{aligned}$$

Apéndice B

Adimensionalización del modelo NR Biaxial con agujeros circulares

Las variables principales se relacionan con el tamaño de grano (D), dando como resultado nuevas variables adimensionales. Dichas variables son:

$$\rho = \frac{r_0}{D} \qquad \Psi = \frac{R}{D} \qquad \eta = \frac{c}{D}$$

En coordenadas polares, la relación entre las variables r y θ_0 y las adimensionales r_{ad} y θ_{0ad} se expresan:

$$\begin{aligned} r(x) &= D \cdot [\Psi \cos(\theta - \theta_0(x)) + \eta \cdot x \cos(\theta_1 - \theta_0(x))] \\ r(x) &= D \cdot r_{ad}(x) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r(\xi) &= D \cdot [\Psi \cos(\theta - \theta_0(\xi)) + \eta \cdot \xi \cos(\theta_1 - \theta_0(\xi))] \\ r(\xi) &= D \cdot r_{ad}(\xi) \end{aligned}$$

$$\theta_{0ad}(x) = \arctan \left(\frac{\Psi \sin(\theta) + \eta \cdot x \sin(\theta_1)}{\Psi \cos(\theta) + \eta \cdot x \cos(\theta_1)} \right)$$

$$\theta_{0ad}(\xi) = \arctan \left(\frac{\Psi \sin(\theta) + \eta \cdot \xi \sin(\theta_1)}{\Psi \cos(\theta) + \eta \cdot \xi \cos(\theta_1)} \right)$$

Tensiones Elásticas

La expresión de las tensiones elásticas en un punto x ($r_{ad}(x), \theta_{0ad}(x)$) se consigue fácilmente, reemplazando R por su equivalente $\Psi \cdot D$ y $r(x)$ por $D \cdot r_{ad}(x)$ en las ecuaciones 3.14.

$$\begin{aligned} \sigma_{rad}(x) = & \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 - \frac{\Psi^2}{r_{ad}(x)^2} \right) - \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{3\Psi^4}{r_{ad}(x)^4} - \frac{4\Psi^2}{r_{ad}(x)^2} \right) \cos(2\theta_0(x)) + \\ & + \tau^\infty \left(1 + \frac{3\Psi^4}{r_{ad}(x)^4} - \frac{4\Psi^2}{r_{ad}(x)^2} \right) \sin(2\theta_0(x)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta ad}(x) = & \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{\Psi^2}{r_{ad}(x)^2} \right) + \frac{\sigma^\infty}{2} \left(1 + \frac{3\Psi^4}{r_{ad}(x)^4} \right) \cos(2\theta_0(x)) \quad (\text{B.1}) \\ & - \tau^\infty \left(1 + \frac{3\Psi^4}{r_{ad}(x)^4} \right) \sin(2\theta_0(x)) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \tau_{r\theta ad}(x) = & \frac{-\sigma^\infty}{2} \left(1 - \frac{3\Psi^4}{r_{ad}(x)^4} + \frac{2\Psi^2}{r_{ad}(x)^2} \right) \sin(2\theta_0(x)) \\ & - \tau^\infty \left(1 - \frac{3\Psi^4}{r_{ad}(x)^4} + \frac{2\Psi^2}{r_{ad}(x)^2} \right) \cos(2\theta_0(x)) \end{aligned}$$

Tensiones debido a otras dislocaciones

Por último, para conocer la expresión de los *Núcleos* del sistema de ecuaciones, es necesario redefinir las variables utilizadas, vistas en el apéndice A.

$$\begin{aligned} \xi_K &= D \cdot r_{ad}(\xi) = D \cdot \xi_{Kad} \\ x_K &= D \cdot r_{ad}(x) \cos(\theta_0(x) - \theta_0(\xi)) = D \cdot x_{Kad} \\ y_K &= D \cdot r_{ad}(x) \sin(\theta_0(x) - \theta_0(\xi)) = D \cdot y_{Kad} \end{aligned}$$

Las otras variables utilizadas para definir los núcleos quedan:

$$\begin{aligned} d_K &= \frac{\xi_K}{R} = \frac{D \cdot \xi_{Kad}}{D \cdot \Psi} = \frac{\xi_{Kad}}{\Psi} \\ L &= \frac{R(d_K^2 - 1)}{d_K} = \frac{D \cdot \Psi(d_K^2 - 1)}{d_K} = D \cdot L_{ad} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 x_1 &= x_k - \xi_K = D(x_{Kad} - \xi_{Kad}) = D \cdot x_{1ad} \\
 x_2 &= x_1 + L = D \cdot x_{1ad} + D \cdot L_{ad} = D \cdot x_{2ad} \\
 r_{K1}^2 &= x_1^2 + y_K^2 = D^2(x_{1ad}^2 + y_{Kad}^2) = D^2 \cdot r_{K1ad}^2 \\
 r_{K2}^2 &= x_2^2 + y_K^2 = D^2(x_{2ad}^2 + y_{Kad}^2) = D^2 \cdot r_{K2ad}^2
 \end{aligned}$$

Dado que todas las variables se pueden expresar como el producto del tamaño de grano (D) por una parte adimensional, es directo pensar que las seis componentes de los núcleos también se pueden expresar como el producto de una función dependiente del tamaño de grano por otra adimensional. Reemplazando las variables recién vistas en las ecuaciones de los núcleos del apéndice A, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 K_{x(xx)} &= \frac{K_{x(xx)ad}}{D} & K_{y(xx)} &= \frac{K_{y(xx)ad}}{D} \\
 K_{x(yy)} &= \frac{K_{x(yy)ad}}{D} & K_{y(yy)} &= \frac{K_{y(yy)ad}}{D} \\
 K_{x(xy)} &= \frac{K_{x(xy)ad}}{D} & K_{y(xy)} &= \frac{K_{y(xy)ad}}{D}
 \end{aligned}$$

Repetiendo el razonamiento, dado que todas las componentes de los núcleos pueden escribirse como producto de una función dependiente del tamaño de grano por otra adimensional, es lógico pensar que las cuatro expresiones de las tensiones entre dislocaciones también lo harán.

$$\begin{aligned}
 K_{x\sigma} &= \frac{K_{x\sigma ad}}{D} & K_{y\sigma} &= \frac{K_{y\sigma ad}}{D} \\
 K_{x\tau} &= \frac{K_{x\tau ad}}{D} & K_{y\tau} &= \frac{K_{y\tau ad}}{D}
 \end{aligned}$$

Las ecuaciones, para el caso adimensional quedan:

$$\begin{aligned}
 -\frac{2}{\pi A \cdot c} [\sigma_{ad}(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) \frac{1}{D} K_{adx\sigma}(v, u) du + \\
 &+ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) \frac{1}{D} K_{ady\sigma}(v, u) du \\
 -\frac{2}{\pi A \cdot c} [\tau_{ad}(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) \frac{1}{D} K_{adx\tau}(v, u) du + \\
 &+ \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) \frac{1}{D} K_{ady\tau}(v, u) du
 \end{aligned}$$

Recordando $\eta = \frac{c}{D}$:

$$\begin{aligned}
 -\frac{2}{\pi A \cdot \eta} [\sigma_{ad}(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) K_{adx\sigma}(v, u) du + \\
 &\quad \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) K_{ady\sigma}(v, u) du \\
 -\frac{2}{\pi A \cdot \eta} [\tau_{ad}(v) - \sigma_f] &= \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^x(u) K_{adx\tau}(v, u) du + \\
 &\quad \frac{1}{\pi} \int_{-1}^1 f^y(u) K_{ady\tau}(v, u) du
 \end{aligned}$$

Apéndice C

Planos de las probetas utilizadas

Ensayos de tracción uniaxial

El diseño de probeta mostrado en la figura C.1 se utilizó para realizar los ensayos de tracción uniaxial, para la caracterización mecánica del aluminio 7075 T6.

Ensayos de K_{Ith}

Para realizar los ensayos de fatiga a tracción-compresión, para la posterior determinación del factor de intensidad de tensiones umbral K_{Ith} de acero AISI 304L, se utilizaron probetas como la mostrada en la figura C.2.

M-A11

Este diseño se realizó para probetas macizas, sin entalla, de aluminio, sometidas a cargas de torsión. Se buscó que fuera lo más parecida posible a la superficie externa de las probetas huecas, ya que la mayoría serán de este tipo. Tiene una zona recta muy pequeña, lo cual se compensa con radios de acuerdo muy grandes. Para realizar este diseño, se tomaron algunos parámetros de la norma ASTM para ensayos de torsión sobre tubos de pared delgada [43]. La figura C.3 muestra un esquema de la probeta mencionada.

M-A12

Se diseñó otro tipo de probeta para ensayos a tracción de aluminio sin entalla. Para este diseño se utilizó la norma ASTM 466-07 [41]. La probeta es de radio

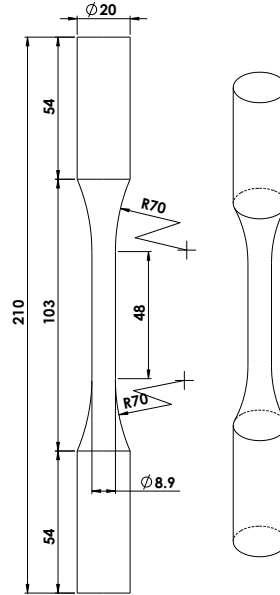


Figura C.1: Esquema de la geometría de las probetas utilizadas en los ensayos a tracción. Magnitudes en mm.

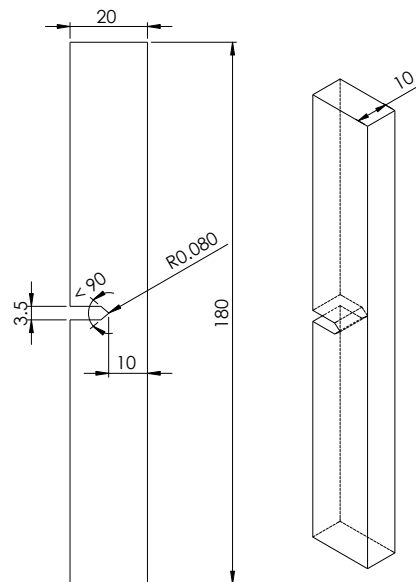


Figura C.2: Esquema de la geometría de las probetas utilizadas en los ensayos para la obtención de $K_{I_{th}}$. Magnitudes en mm.

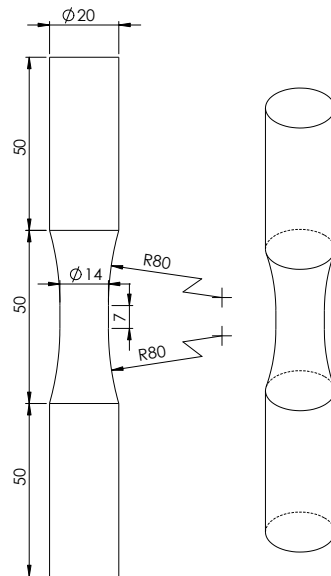


Figura C.3: Esquema de la probeta M-A11 diseñada para ensayos de fatiga a torsión sobre probetas de aluminio sin entalla. Magnitudes en mm.

continuo, con un diámetro mínimo de 7 mm y un radio de acuerdo de 99 mm. Este diseño, es en realidad, el tercero de los que se probaron para este tipo de ensayos. Un primer intento se hizo con las probetas M-A11 y el segundo, con probetas con un diámetro en la sección mínima levemente inferior a estas últimas. Los dos modelos tuvieron la misma problemática, un alto porcentaje de fallos en la zona de agarre.

M-A13

El último tipo de probeta maciza de aluminio se diseñó para contener una entalla cilíndrica de 1 mm de diámetro y aproximadamente 3 mm de profundidad, para ensayos a tracción. Se tuvo que modificar la probeta M-A12, dado que su diámetro mínimo no permite realizarle una entalla de 1 mm de diámetro, según lo visto en el capítulo 4.

Para su diseño, se tomó como referencia nuevamente la norma ASTM 466-07 [41]. Cabe destacar que hay una pequeña variación respecto de lo recomendado allí. La longitud de la zona recta es de 10 mm en vez de ser dos veces el diámetro. Esto se proyectó así para aumentar el radio de acuerdo, mejorando el mecanizado en la etapa de torno numérico. Una forma de evaluar

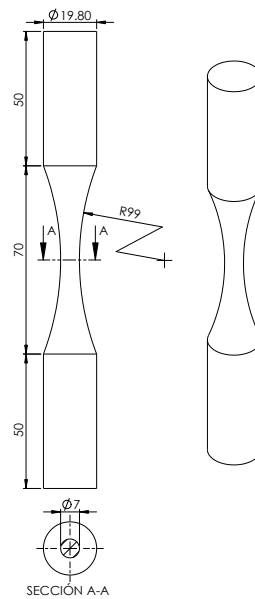


Figura C.4: Esquema de la probeta M-Al2 diseñada para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de aluminio sin entalla. Magnitudes en mm.

si el error cometido es grave, es tratarla como si fuera una probeta de radio continuo, es decir, sin la zona recta. En ese caso cumpliría perfectamente lo reglado en la norma, en cuanto a la relación entre el radio de acuerdo y el diámetro mínimo. Por lo tanto, se podría considerar un diseño intermedio entre una probeta con zona recta y una de radio continuo.

La figura C.5 muestra un esquema de la probeta.

T-Al1 / T-Ac1

Las siguientes probetas en diseñarse fueron aquellas con un agujero a lo largo del eje, simulando ser tubos. Se proyectaron siguiendo la norma ASTM 2207 [43] para fatiga de tubos de pared delgada sometidos a cargas biaxiales. Las mismas se mecanizaron con entallas de 1, 2 o 3 mm o sin ellas. En este caso se pudo aprovechar el mismo diseño para probetas de acero y aluminio.

La figura C.6 muestra el esquema de las probetas.

A destacar del diseño, nuevamente por facilitar la etapa del mecanizado en torno numérico, se aumentó el radio de acuerdo, disminuyendo el largo de la zona recta, quedando levemente por debajo de la recomendación de la norma. Igualmente, al ser el radio de acuerdo mayor a lo recomendado, el posible

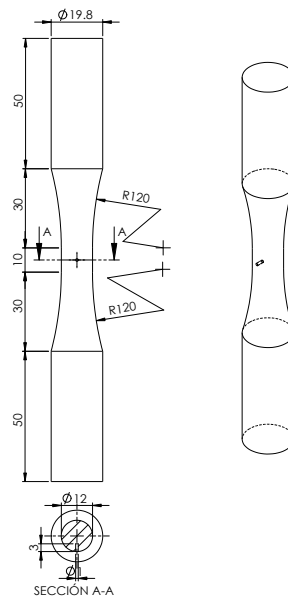


Figura C.5: Esquema de la probeta M-Al3 diseñada para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de aluminio con entalla. Magnitudes en mm.

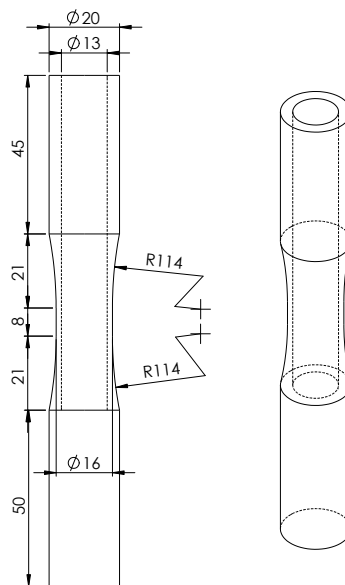


Figura C.6: Esquema de las probetas T-Al1 y T-Ac1 diseñadas para ensayos de fatiga a tracción, torsión o cargas combinadas sobre probetas de acero y aluminio, con y sin entalla. Magnitudes en mm.

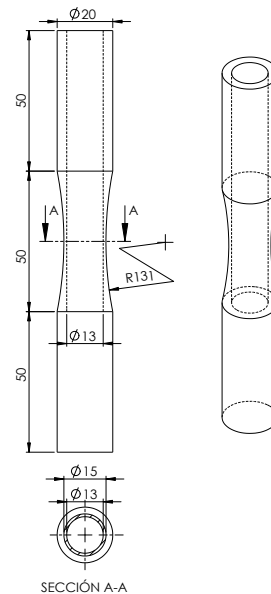


Figura C.7: Esquema de la probeta T-A12 diseñadas para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de aluminio sin entalla. Magnitudes en mm.

efecto que podría tener el largo de la zona recta se ve disminuido.

T-A12

El último diseño sobre probetas de aluminio fue, también, con un agujero a lo largo del eje. El motivo por el cual se realizó este nuevo diseño fue la imposibilidad de lograr fallos por la zona calibrada en las probetas de aluminio (T-A11) sin entalla, sometidas a cargas de tracción.

Las diferencias con las probetas T-A11 (figura C.6) se encuentran en el radio de acuerdo y en el diámetro mínimo (15 mm).

M-Ac1

Se ensayaron dos tipos de probetas macizas de acero AISI 304L. El primero de ellos, diseñado por Chaves, se utilizó para cargas a torsión con entallas de 1 mm de diámetro. El mismo se puede ver en la figura C.8.

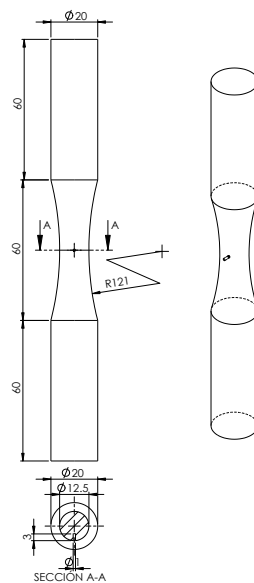


Figura C.8: Esquema de la probeta M-Ac1 diseñadas para ensayos de fatiga a torsión sobre probetas de acero con entalla de 1 mm de diámetro. Magnitudes en mm.

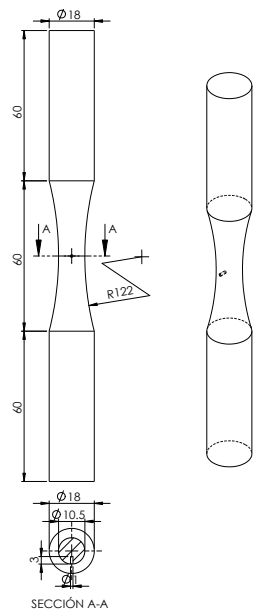


Figura C.9: Esquema de la probeta M-Ac2 diseñadas para ensayos de fatiga a tracción sobre probetas de acero con entalla de 1 mm de diámetro. Magnitudes en mm.

M-Ac2

Se diseñó un segundo tipo de probetas macizas de acero, para cargas a tracción. Esto fue fomentado por un cambio de máquina, a una de menor capacidad pero mayor frecuencia de ensayo. Por ello, se redujo el área mínima, para reducir las cargas de trabajo. Las probetas se ensayaron con entallas de 1 mm de diámetro y se pueden ver en la figura C.9.

Apéndice D

Tablas de datos de ensayos de fatiga

En esta sección se encuentra la información referente a cada ensayo de fatiga realizado. Los mismos se agrupan en tablas de acuerdo al tipo de material, carga y diámetro de entalla, en el mismo orden en que se mostraron las curvas *S-N*. A su vez, dentro de las tablas, los ensayos se colocan en orden cronológico de acuerdo al momento de su realización.

D.1 Acero AISI 304L

D.1.1 Ensayos de KIth

La tabla D.1 muestra los ensayos realizados con el fin de obtener el valor umbral del factor de intensidad de tensiones del acero inoxidable. Los mismos se realizaron a tracción, en la máquina Rumul, interrumpiéndose, en caso de no existir fallo, a 1×10^7 ciclos. La geometría de la probeta se muestra en la figura C.2.

D.1.2 Probetas macizas - entallas de 1 mm

La tabla D.2 muestra los resultados de los ensayos correspondientes a probetas macizas con entallas de diámetro 1 mm, sometidas a cargas de tracción y torsión. Todos los ensayos fueron realizados en la máquina MTS 809. Las probetas a tracción fueron del tipo M-Ac2 (tabla 5.6), vistas en la figura C.9.

Tabla D.1: Resultados de los ensayos a fatiga realizados para obtener K_{Ith} , mediante el cálculo del límite a fatiga de la probeta mostrada en la figura C.2.

Nº	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	150	15.700	Si
2	110	53.400	Si
3	70	175.700	Si
4	30	10.000.000	No
5	190	4.100	Si
6	70	181.000	Si
7	110	35.300	Si
8	150	13.000	Si
9	190	4.900	Si
10	43,7	2.185.400	Si
11	40,2	1.156.400	Si
12	36,7	1.063.800	Si
13	33,2	10.000.000	No
14	36,7	10.000.000	No
15	40,2	329.300	Si
16	36,7	10.000.000	No
17	40,2	2.756.500	Si
18	36,7	10.000.000	No

Por su parte, las probetas ensayadas a torsión tienen el código M-Ac1 (tabla 5.6) y se ven en la figura C.8.

D.1.3 Probetas huecas - sin entallas

La tabla D.3 muestra los ensayos de fatiga a tracción y torsión realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable sin entalla. Nuevamente, todos los ensayos fueron realizados en la máquina MTS 809, con probetas cuyo código en la tabla 5.6 es H-Ac1 y el esquema se observa en la figura C.6.

Tabla D.2: Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas macizas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.

N°	Tracción			Torsión		
	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\tau [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	214	722.500	Si	274	129.200	Si
2	218	241.100	Si	266	180.800	Si
3	215	3.500.000	No	261	185.400	Si
4	216	220.300	Si	245	309.800	Si
5	217	261.400	Si	225	3.500.000	No
6	231	147.200	Si	225	3.500.000	No
7	210	215.400	Si	235	3.500.000	No
8	242	110.400	Si	241	414.000	Si
9	210	577.600	Si	241	404.500	Si
10	208	3.500.000	No	246	352.500	Si
11	208	3.500.000	No	—	—	—
12	192	545.000	Si	—	—	—
13	190	365.400	Si	—	—	—
14	182	3.500.000	No	—	—	—
15	180	3.500.000	No	—	—	—

D.1.4 Probetas huecas - entallas de 1 mm

La tabla D.4 muestra los ensayos de fatiga realizados a tracción-compresión, tanto en la máquina MTS 809 como en la máquina Rumul. Nuevamente, las probetas utilizadas tienen el código H-Ac1 y se observan en la figura C.6. Por su parte, la tabla D.5 muestra los ensayos a torsión y cargas biaxiales con una relación de carga $\sigma^\infty = \tau^\infty$ realizados sobre probetas de iguales características. Todos ellos se realizaron en la máquina MTS 809.

D.1.5 Probetas huecas - entallas de 2 mm

La tabla D.6 muestra los ensayos realizados a tracción y torsión sobre probetas huecas de acero con entallas de 2 mm de diámetro. Los ensayos a tracción se realizaron en la máquina Rumul, mientras que los de torsión en la máquina MTS 809, todos ellos sobre probetas H-Ac1, vistas en la figura

Tabla D.3: Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable sin entalla.

Nº	Tracción			Torsión		
	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\tau [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	320	3.500.000	No	270	3.600	Si
2	320	3.500.000	No	230	3.500.000	No
3	325	3.500.000	No	260	509.100	Si
4	320	3.500.000	No	270	6.500	Si
5	325	3.500.000	No	260	500.200	Si
6	340	3.500.000	No	250	3.500.000	No
7	350	783.000	Si	255	3.500.000	No
8	345	1.017.500	Si	265	3.500.000	No
9	340	3.500.000	No	265	3.500.000	No
10	360	159.200	Si	—	—	—
11	355	3.500.000	No	—	—	—
12	355	402.100	Si	—	—	—
13	345	1.004.200	Si	—	—	—
14	370	152.600	Si	—	—	—
15	390	26.900	Si	—	—	—

C.6.

D.1.6 Probetas huecas - entallas de 3 mm

La tabla D.7 muestra los ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable, con entalla de diámetro 3 mm. Todos ellos se llevaron a cabo en la máquina Rumul con probetas H-Ac1 (figura C.6).

Tabla D.4: Resultados de los ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable con entalla de diámetro 1 mm.

Nº	Tracción - MTS 809			Tracción - Rumul		
	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	210	266.200	Si	195	222.000	Si
2	170	1.917.200	Si	195	142.800	Si
3	200	580.600	Si	176	221.100	Si
4	160	3.500.000	No	156	775.600	Si
5	180	867.600	Si	137	2.204.300	Si
6	190	394.200	Si	147	645.900	Si
7	230	214.800	Si	127	3.500.000	No
8	170	383.300	Si	166	3.500.000	No
9	240	116.800	Si	146	3.500.000	No
10	170	853.000	Si	166	418.600	Si
11	160	3.500.000	No	137	3.500.000	No
12	—	—	—	200	308.700	Si

Tabla D.5: Resultados de los ensayos de fatiga a torsión y biaxiales realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable con entalla de diámetro 1 mm.

Nº	Torsión			Biaxial		
	Tensión $\tau [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\sigma = \tau [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	175	170.800	Si	160	75.200	Si
2	176	739.800	Si	140	206.800	Si
3	166	84.700	Si	120	3.500.000	No
4	166	505.400	Si	130	178.400	Si
5	156	220.100	Si	130	243.400	Si
6	146	366.200	Si	150	173.700	Si
7	137	2.022.000	Si	125	1.216.500	Si
8	156	385.700	Si	125	961.600	Si
9	146	1.454.300	Si	120	3.500.000	No
10	127	3.500.000	No	140	204.900	Si
11	127	3.500.000	No	160	288.500	Si
12	136	3.500.000	No	—	—	—

Tabla D.6: Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 2 mm de diámetro.

Nº	Tracción			Torsión		
	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\tau [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	134	3.500.000	No	143	3.500.000	No
2	140	3.500.000	No	152	225.200	Si
3	145	3.500.000	No	143	232.000	Si
4	155	3.500.000	No	143	208.300	Si
5	175	274.300	Si	162	293.700	Si
6	175	493.500	Si	172	66.300	Si
7	180	1.293.400	Si	150	452.700	Si
8	200	320.500	Si	140	324.600	Si
9	150	3.500.000	No	120	3.500.000	No
10	160	377.200	Si	130	3.500.000	No
11	180	200.800	Si	140	172.300	Si
12	160	458.600	Si	—	—	—
13	230	98.000	Si	—	—	—

Tabla D.7: Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de acero con entalla de diámetro 3 mm.

Nº	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	114	3.500.000	No
2	140	1.553.200	Si
3	140	3.500.000	No
4	150	305.300	Si
5	140	3.500.000	No
6	150	987.100	Si
7	160	373.400	Si
8	160	445.500	Si
9	170	207.500	Si
10	170	104.900	Si

D.2 Aluminio 7075

D.2.1 Probetas macizas - sin entallas

La tabla D.8 muestra los resultados de los ensayos realizados sobre probetas macizas de aluminio, sin entalla, sometidas a cargas de tracción y torsión. Para los primeros se utilizó la máquina de ensayos Rumul y la probeta tipo MAI-2 (tabla 5.6) cuyo plano se encuentra en la figura C.4. Para los segundos, la máquina utilizada fue la MTS 809, con un probeta tipo MAI-1 (tabla 5.6), vista en la figura C.3

Tabla D.8: Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas macizas de aluminio sin entalla.

Nº	Tracción			Torsión		
	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\tau [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	240	4.279.500	Si	220	10.100	Si
2	250	1.387.700	Si	180	81.800	Si
3	260	403.500	Si	200	32.900	Si
4	270	238.400	Si	160	437.000	Si
5	290	157.500	Si	140	1.055.900	Si
6	280	178.200	Si	150	888.600	Si
7	250	2.263.800	Si	170	285.400	Si
8	260	1.363.000	Si	135	6.000.000	No
9	300	84.800	Si	155	1.185.600	Si
10	240	20.004.000	No	—	—	—
11	270	253.300	Si	—	—	—
12	290	181.300	Si	—	—	—
13	310	84.700	Si	—	—	—

D.2.2 Probetas macizas - entallas de 1 mm

La tabla D.9 muestra los ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas macizas de aluminio (figura C.5) con una entalla de 1 mm de diámetro. Todos ellos se llevaron a cabo en la máquina MTS 809.

Tabla D.9: Resultados de los ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas macizas de aluminio con entalla de diámetro 1 mm.

Nº	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	130	281.000	Si
2	170	65.600	Si
3	200	22.800	Si
4	180	46.400	Si
5	110	859.700	Si
6	100	18.837.000	No
7	110	216.700	Si
8	105	10.147.100	Si
9	160	77.800	Si
10	140	95.200	Si
11	140	122.600	Si
12	130	403.100	Si
13	105	22.369.000	No

D.2.3 Probetas huecas - sin entallas

Los resultados de los ensayos de fatiga a torsión, llevados a cabo sobre probetas huecas de aluminio sin entalla (figura C.6), se muestran en la tabla D.10. Los mismos fueron realizados en la máquina MTS 809.

D.2.4 Probetas huecas - entallas de 1 mm

La tabla D.11 muestra los ensayos de fatiga a tracción, realizados en la máquina Rumul Testronic, sobre probetas huecas de aluminio con una entalla de diámetro 1 mm. Un esquema de la probeta utilizada se observa en la figura C.6.

Por otro lado, la tabla D.12 muestra los resultados del mismo tipo de probeta, pero ensayadas a fatiga a torsión y a cargas biaxiales, en la máquina de ensayos MTS 809.

Tabla D.10: Resultados de los ensayos de fatiga a torsión realizados sobre probetas huecas de aluminio sin entalla.

Nº	Tensión $\sigma[MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	140	358.700	Si
2	130	724.000	Si
3	130	253.800	Si
4	140	306.600	Si
5	150	105.100	Si
6	160	249.800	Si
7	160	181.300	Si
8	150	96.100	Si
9	130	265.000	Si
10	120	460.300	Si

Tabla D.11: Resultados de ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas huecas de aluminio con entalla de diámetro 1 mm.

Nº	Tensión $\sigma[MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	127	58.000	Si
2	107	145.200	Si
3	68	29.318.000	Si
4	88	2.417.400	Si
5	117	101.700	Si
6	98	323.400	Si
7	78	17.071.900	Si
8	135	46.800	Si
9	95	285.900	Si
10	80	2.544.700	Si
11	80	53.864.200	No
12	120	361.700	Si

D.2.5 Probetas huecas - entallas de 2 mm

La tabla D.13 muestra los ensayos a tracción y torsión realizados sobre probetas huecas de aluminio con una entalla de 2 mm de diámetro. Las mismas

Tabla D.12: Resultados de los ensayos de fatiga a torsión y biaxial realizados sobre probetas huecas de aluminio con entallas de 1 mm de diámetro.

N°	Torsión			Biaxial		
	Tensión $\tau[MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\sigma = \tau[MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	100	64.000	Si	90	18.400	Si
2	90	313.900	Si	80	67.400	Si
3	85	427.400	Si	60	1.430.900	Si
4	75	1.533.300	Si	70	77.300	Si
5	110	35.400	Si	70	520.900	Si
6	80	290.000	Si	60	4.113.600	Si
7	80	212.200	Si	70	215.400	Si
8	95	102.700	Si	80	130.400	Si
9	115	23.500	Si	90	26.000	Si
10	—	—	—	65	2.154.300	Si

pueden verse en la figura C.6. Los ensayos a tracción se realizaron en la máquina Rumul, mientras que los ensayos a torsión se llevaron a cabo en la máquina MTS 809.

D.2.6 Probetas huecas - entallas de 3 mm

La tabla D.14 muestra los resultados de los ensayos realizados a tracción sobre probetas de aluminio huecas, con entalla de 3 mm de diámetro.

Tabla D.13: Resultados de los ensayos a fatiga realizados sobre probetas huecas de aluminio con entallas de 2 mm de diámetro.

N°	Tracción			Torsión		
	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura	Tensión $\tau [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	86	8.463.100	Si	90	49.200	Si
2	105	113.600	Si	80	788.700	Si
3	96	145.100	Si	90	53.800	Si
4	115	114.500	Si	80	30.800	Si
5	86	313.600	Si	70	149.900	Si
6	67	75.752.000	No	60	1.950.500	No
7	76	499.500	Si	80	68.200	Si
8	86	256.400	Si	100	30.100	Si
9	76	510.100	Si	70	90.500	Si
10	72	46.285.000	No	60	115.600	Si
11	67	46.140.000	No	—	—	—
12	100	875.500	Si	—	—	—
13	100	3.309.600	Si	—	—	—
14	110	341.800	Si	—	—	—
15	80	1.556.900	Si	—	—	—
16	90	21.398.000	Si	—	—	—
17	120	107.400	Si	—	—	—
18	100	2.135.100	Si	—	—	—
19	110	139.900	Si	—	—	—
20	80	46.172.000	No	—	—	—
21	140	69.900	Si	—	—	—

Tabla D.14: Resultados de ensayos de fatiga a tracción realizados sobre probetas huecas de aluminio con entalla de diámetro 3 mm.

Nº	Tensión $\sigma [MPa]$	Ciclos [N]	Rotura
1	75	5.480.500	Si
2	90	378.100	Si
3	70	17.237.000	Si
4	80	5.220.100	Si
5	95	243.700	Si
6	105	188.300	Si
7	90	140.900	Si
8	100	45.300	Si
9	80	417.300	Si
10	80	839.000	Si
11	75	40.950.000	No
12	120	79.800	Si

Apéndice E

Tablas de datos de direcciones de grieta

E.1 Acero AISI 304L

Probetas macizas - entalla de 1 mm

Tabla E.1: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas macizas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.

Nº	Tracción				Torsión			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
1	-1	1	0	-1	43	42	44	44
2	13	-4	3	4	40	45	47	45
3	-	-	-	-	44	43	44	46
4	-7	-5	0	-1	51	34	47	47
5	1	-4	0	-1	-	-	-	-
6	-14	7	1	-1	-	-	-	-
8	0	-1	4	0	-	-	-	-
9	-10	14	4	2	48	48	45	44
10	-	-	-	-	42	45	48	45

Probetas huecas - entalla de 1 mm

Tabla E.2: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.

Nº	Tracción				Torsión			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
1	-15	22	1	-3	30	48	43	48
2	2	14	-5	-17	52	51	42	46
3	—	—	—	—	28	40	46	51
4	-6	-3	-3	-13	37	36	48	48
5	-14	6	-23	6	48	45	44	46
6	-23	-2	-10	3	53	51	45	43
7	—	—	—	—	50	48	44	47
8	—	—	—	—	48	47	43	48
9	—	—	—	—	52	52	44	44
10	2	1	-4	5	—	—	—	—
12	17	-5	2	-1	—	—	—	—

Tabla E.3: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 1 mm de diámetro.

Nº	Cargas Biaxiales			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
1	26	27	32	27
2	20	23	34	33
4	30	30	32	31
5	32	29	28	28
6	28	31	29	37
7	34	33	36	32

Probetas huecas - entallas de 2 mm

Tabla E.4: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 2 mm de diámetro.

Nº	Tracción				Torsión			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
2	—	—	—	—	49	50	40	43
5	−17	−1	5	7	53	53	40	43
6	1	−10	1	−5	48	42	46	42
7	7	7	2	5	51	39	43	47
8	12	—	2	—	42	47	46	39
10	−10	17	0	3	—	—	—	—
11	1	6	−6	2	38	37	42	39
12	3	—	0	—	—	—	—	—
13	−1	7	−2	−1	—	—	—	—

Probetas huecas - entallas de 3 mm

Tabla E.5: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de acero inoxidable con entallas de 3 mm de diámetro.

Nº	Tracción			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
2	−2	−2	−3	4
4	9	1	−14	0
6	−4	6	6	7
7	−2	1	−9	1
8	−4	6	5	12

E.2 Aluminio 7075 T6

Probetas macizas - entallas de 1 mm

Tabla E.6: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas macizas de aluminio 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.

Nº	Tracción			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
7	8	18	4	21
8	3	6	-10	7
9	5	-8	4	-3
10	0	5	2	2
11	0	-1	5	8
12	-1	9	-10	-20

Probetas huecas - entallas de 1 mm

Tabla E.7: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.

Nº	Tracción				Torsión			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
1	1	-6	5	15	—	—	—	—
2	0	3	2	3	35	50	37	45
3	6	12	25	0	48	44	44	46
4	3	2	24	2	41	23	56	61
5	0	12	9	6	50	48	47	41
6	-15	13	2	21	45	29	47	50
7	7	10	1	1	55	54	51	46
8	—	—	—	—	48	44	48	48
10	-5	5	2	0	—	—	—	—

Tabla E.8: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 1 mm de diámetro.

Nº	Cargas Biaxiales			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
2	27	24	30	47
3	28	32	42	43
4	30	38	38	42
5	26	38	46	46
6	35	37	43	38
7	32	28	36	38
8	22	34	38	35

Probetas huecas - entallas de 2 mm

Tabla E.9: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 2 mm de diámetro.

Nº	Tracción				Torsión			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
1	6	-11	3	-28	37	37	47	43
2	-3	-1	-4	0	46	40	46	43
3	2	-8	25	-4	31	58	53	42
4	9	4	1	-3	45	52	48	47
5	4	-	0	5	43	43	43	50
7	6	-9	9	-2	39	37	45	50
8	5	2	5	1	43	38	45	63
9	12	6	8	4	54	50	52	49
10	-	-	-	-	49	61	51	51
12	2	8	5	4	-	-	-	-
13	3	9	4	0	-	-	-	-
14	9	6	5	8	-	-	-	-
15	3	6	0	2	-	-	-	-
18	3	3	3	4	-	-	-	-

Probetas huecas - entallas de 3 mm

Tabla E.10: Punto de inicio y dirección de grieta medidos sobre probetas huecas de aluminio 7075 T6 con entallas de 3 mm de diámetro.

N°	Tracción			
	θ^a	θ^b	θ_1^a	θ_1^b
2	12	3	—	—5
3	—2	3	8	6
4	2	2	7	8
5	7	7	14	6
6	8	9	5	7
7	0	14	—	5
8	—1	6	6	8
9	12	—19	19	—13
10	1	17	4	5